

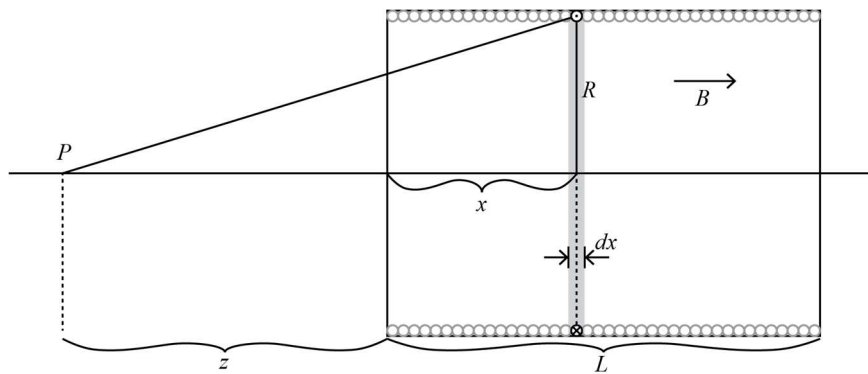
# SOLENOIDIN MAGNEETTIKENTTÄ

## 1 Johdanto

Tarkastellaan suljettua pyöreää virtasilmukkaa (virta  $I$ ), jonka säde on  $R$ . Biot-Savartin laista voidaan johtaa magneettivuon tiheydelle virtasilmukan keskiakselilla, etäisyydellä  $r$  [1]

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(r^2 + R^2)^{3/2}}, \quad (1)$$

missä  $\mu_0$  on tyhjiön permeabiliteetti.



**Kuva 1.** Solenoidin magneettikentän johtaminen.

Solenoidi koostuu useista peräkkäin asetetuista virtasilmukoista, joilla on kaikilla sama säde. Oletetaan virtajohtimen säteen olevan pieni solenoidin säteeseen verrattuna ja että virtasilmukoiden lukumäärä  $N$  on suuri. Olkoon virtasilmukoiden tiheys pituusyksikköä kohden  $N/L$ . Tarkastellaan kuvan 1 mukaista tilannetta, jolloin solenoidin päästä katsottuna etäisyydellä  $x$  sijaitsevalla  $dx$ :n pituisella osalla solenoidia on siten  $(N/L)dx$  virtasilmukkaa. Tämä solenoidin osa aiheuttaa pisteessä  $P$ , etäisyydellä  $z$  solenoidista (Huom!  $z$  on negatiivinen solenoidin sisällä!) yhtälön (1) mukaan magneettikentän:

$$dB = \frac{\mu_0 I N}{L} \frac{R^2 dx}{2((z+x)^2 + R^2)^{3/2}} \quad (2)$$

Täten magneettikenttä solenoidin keskiakselilla pisteessä  $P$  saadaan integroimalla koko solenoidin yli

$$\begin{aligned} B(z) &= \int_{\text{solenoidi}} dB \\ &= \int_0^L \frac{\mu_0 I N}{L} \frac{R^2 dx}{2((z+x)^2 + R^2)^{3/2}} \\ &= \frac{\mu_0 I N R^2}{2L} \int_0^L \frac{dx}{((z+x)^2 + R^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (3)$$

Sijoitetaan  $u = z + x$ , jolloin integraali saadaan helpommin ratkaistavaan muotoon, kun

$$\int \frac{du}{(u^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{u}{R^2 \sqrt{u^2 + R^2}} \quad (4)$$

Saadaan

$$B(z) = \frac{\mu_0 IN R^2}{2L} \int_{u=z}^{u=z+L} \frac{du}{(u^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{\mu_0 IN}{2L} \left( \frac{z+L}{\sqrt{(z+L)^2+R^2}} - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}} \right). \quad (5)$$

Yhtälöstä (5) voidaan laskea magneettivuon tiheys etäisyydellä  $z$  solenoidin etureunasta. Magneettivuon tiheydeksi solenoidin keskellä ( $z = -L/2$ ) saadaan

$$B = \frac{\mu_0 IN}{2\sqrt{\frac{L^2}{4}+R^2}}. \quad (6)$$

Jos solenoidi on pitkä suhteessa sen säteeseen ( $L \gg R$ ), yhtälön (6) antaman magneettivuon tiheys lähestyy äärettömän pitkän solenoidin magneettivuon tiheyttä

$$B = \frac{\mu_0 IN}{L} = \mu_0 n I, \quad (7)$$

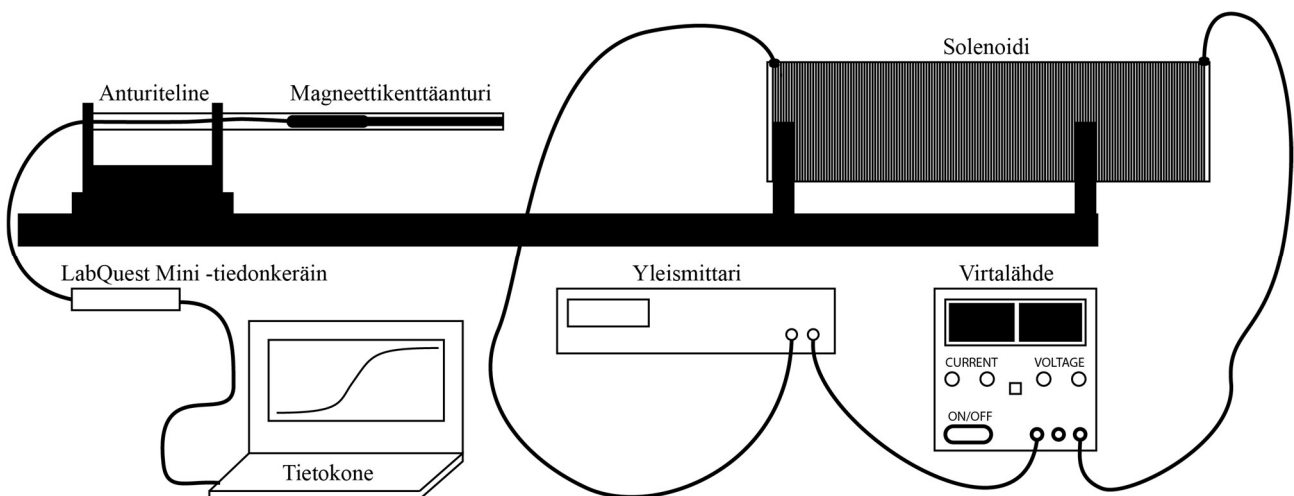
jossa  $n = \frac{N}{L}$  on kierrostiheys.

## 2 Tavoitteet

Työn tehtyään opiskelija

- osaa selittää, minkä muotoinen on magneettikenttä solenoidin ympärillä ja sisällä
- on harjoitellut mittaustulosten esittämistä kuvaajan avulla
- osaa laskea magneettikentän voimakkuuden solenoidin keskiakselilla

## 3 Laitteisto



**Kuva 2.** Työssä käytettävä laitteisto.

Työssä käytettävä laitteisto on esitetty kuvassa 2. Työssä käytettävä solenoidi lepää muovisten tukien varassa optisen kiskon päällä. Solenoidiin syötetään 0,5 A virtaa virtalähteestä. Virran mittaamiseksi solenoidin ja virtalähteen kanssa sarjaan on kytketty yleismittari. **Huom! Valitse yleismittarin mittauskytkenät ja mittausalue huolella niin, että 0,5 A sisältyy siihen! Muuten yleismittarin sulake voi palaa.** Magneettivuon tiheyden voimakkuutta mitataan magneettikenttäanturilla, joka on sijoitettu kiskolla liikkuvaan telineeseen, läpinäkyvän putken sisälle, solenoidin keskiakselille. Anturi havaitsee magneettivuon tiheyden sen komponentin, joka on kohtisuorassa anturin kärjessä olevaa valkoista pistettä vastaan. Anturin näyttämä lukema on positiivinen silloin, kun magneettikentän kenttäviivat osoittavat samaan suuntaan kuin anturi (eli anturista ”poispäin”). Anturi on yhdistetty LabQuest Mini -tiedonkeräimeen, joka puolestaan on yhdistetty tietokoneen USB-porttiin.

Lisäksi tarvitaan:

- *Metrimitta*
- *Kompassi*

Muita tarvittavia tietoja laitteistosta:

- Solenoidin kierrosluku:  $N = 120$
- Magneettikenttäanturin etäisyys anturitelineen reunasta:  $b = 26,5 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$

## 4 Esitehtävät

Tutustu työhön liittyvään teoriaan haluamastasi fysiikan oppikirjasta esim. [1–3], lue työohje läpi ja vastaa alla oleviin kysymyksiin vastauslomakkeeseen.

1. Miten solenoidissa kulkeva virta vaikuttaa solenoidin magneettivuon tiheyden voimakkuuteen solenoidin keskiakselilla?
2. Miten magneettikentän suunta solenoidissa määräytyy, kun virran suunta tiedetään?
3. Työssä mitataan ja piirretään magneettivuon tiheyttä  $B$  solenoidin keskustassa solenoidin läpi kulkevan virran  $I$  funktiona sekä sovitetaan tähän suora ( $y = kx + b$ ). Mikä on yhtälön (6) mukaan tämän suoran kulmakerroin  $k$ ? Anna yhtälö  $k$ :lle ja ratkaise siitä tyhjiön permeabiliteetti  $\mu_0$ .

## 5 Mittaukset

Kaikki mittaustulokset ja kysymysten vastaukset kirjataan vastauslomakkeelle. On suositeltavaa käyttää lyijykynää. Vastauslomake palautetaan lopuksi assistentille.

### 5.1. Alkuvalmistelut

1. Sijoita solenoidi optisen kiskon oikeaan reunaan siten, että ensimmäisen kuparilanka osuu yksin solenoidin vasemmanpuoleisen tuen kanssa, lue tuen reunasta asteikolta solenoidin etureunan sijainti ja kirjaa se vastauslomakkeeseen.
2. Mittaa solenoidin pituus ja halkaisija ja kirjaa tulokset vastauslomakkeeseen.
3. Yhdistä kiskolla oleva magneettikenttäanturi LabQuest Mini -tiedonkeräimen kanavaan CH1 ja tiedonkeräin tietokoneen USB-porttiin. Käynnistä työpöydän Mittauspohjat-kansiosta LoggerPro:n mittauspohja Solenoidin magneettikenttä.cmbl.

4. Nollaa magneettikenttäanturi valitsemalla: Experiment → Zero. Testaa nyt anturia aloittamalla mittaus painamalla ”Collect”-nappulaa. Magneettikentän mittausarvon tulisi nyt heilahdella hieman nollan molemmin puolin.
5. Kytke sarjaan virtalähde, solenoidi ja yleismittari kuvan 2 mukaisesti. **Valitse mittauskytkennät ja mittausalue huolellisesti niin, että mittari kestää 0,5 A virran.** Aseta yleismittari virtamittaus-asentoon. Pyydä assistenttia tarkastamaan kytkentä. Käännä kaikki virtalähteen nupit vastapäivään ääriasentoonsa ja kytke virtalähteen johto pistorasiaan. Nosta hieman jännitettä ja sitten hitaasti virta 0,5 A:iin. Kirjaa virran arvo vastauslomakkeeseen.

## 5.2 Solenoidin magneettikenttä

1. **Tee hypoteesi:** Miten anturin havaitsema magneettivuon tiheys käyttäytyy, kun anturia tuodaan kiskoa pitkin solenoidia kohti? Ota huomioon virran suunta! Anturi on mittaajasta katsoen solenoidin vasemmalla puolella ja virta solenoidissa kulkee anturista päin katsottuna myötäpäivään. Magneettikenttäanturin näyttämä lukema on positiivinen silloin, kun magneettikentän kenttäviivat osoittavat samaan suuntaan kuin anturi (eli anturista ”poispäin”). Piirrä kuvaaja mittauslomakkeeseen ja perustele vastauksesi fysiikan avulla.
2. **Testaa hypoteesiasi:** Vie anturi solenoidista katsottuna kiskon vastakkaiseen päähän. Käynnistä mittaus ja kuljeta anturitelinettä liikuttaen anturi vähitellen kymmenen sekunnin aikana solenoidin keskelle. Miten magneettivuon tiheys käyttäytyy? Kirjaa/piirrä havaintosi mittauslomakkeeseen. Jos hypoteesisi poikkesi havainnoista, pohdi miksi.
3. Varsinaista mittausa varten palataan Data Collection -ikkunaan. Valitse datankeräysmenetelmäksi ”Events with Entry”. Voit halutessasi nyt nimetä paikka-akselin ja käyttämäsi yksikön.
4. Aseta magneettikenttäanturin teline solenoidista katsottuna kiskon vastakkaiseen päähän.
5. Aloita mittaus painamalla ”Collect”. Paina ”Keep”. Syötä tietokoneen antamaan kenttään anturitelineen oikeanpuoleisen reunan sijainti optisen kiskon asteikolta. Tietokone kirjaa ylös magneettivuon tiheyden mittauspisteessä.
6. Siirrä anturitelinettä 5 cm solenoidia kohti ja toista mittaus.
7. Toista kohtia 5. ja 6. niin, että aluksi mittaat mittauspisteitä harvakseltaan 5 cm välein ja kun solenoidia lähestyttäessä magneettivuon tiheys alkaa muuttua, siirry mittaamaan tiheimmin, lopulta 1 cm välein. Ota mittauspisteitä sinne saakka, kunnes anturiteline koskettaa solenoiditukea. Tarkkaile mittausohjelman ikkunan alakulmassa näkyvää lukemaa ja merkitse muistiin vakiovirhearvio magneettivuon tiheydelle lukeman vaihtelusta. Mieti samalla anturitelineen etureunan paikalle virhearvio. Lopeta mittaus.
8. Hyväksy mittaus painamalla Ctrl+L. Tallenna mittaustulos Logger Pro:n cml-tiedostona ja esim. tekstimuodossa. Käytä tallennukseen joko paikallista Mittausdata-kansiota tai Opiskelijat-verkkolevyä.

## 5.3 Solenoidin magneettikentän muoto

1. Nosta solenoidin läpi kulkeväksi virraksi 1,0 A ja tutki kompassin avulla magneettivuon suuntaa solenoidin ympärillä. Merkitse magneettikentän suunta vastauslomakkeen kuvaan kohdissa a, b, ja c. Kompassin punainen neula osoittaa magneettisen pohjoisnapaan.
  - a. Mihin suuntaan magneettikenttä osoittaa solenoidin päissä?
  - b. Solenoidin kulmissa?
  - c. sivuilla?
2. Tarkista lopuksi, mihin kompassi osoittaa, kun solenoidin magneettikenttä on nolla ja piirrä se samaan kuvaan.

## 5.4 Tyhjiön permeabiliteetti

1. Vie magneettikenttäanturi solenoidin keskelle niin, että anturin kärki on solenoidin puolella välissä. Anturi pidetään mittauksen aikana paikoillaan ja solenoidissa kulkevan sähkövirran  $I$  suuruutta muutetaan virtalähteestä.
2. Valitse datankeräysmenetelmäksi ”Events with entry” kuten edellisessä osassa. Tällä kertaa kenttään kirjataan solenoidissa kulkevan sähkövirran  $I$  suuruus, joka luetaan yleismittarista.
3. Aloita mittaus ”Collect” näppäimellä.
4. Muuta virran  $I$  arvoa välillä 0–0,5 A. Mittaa magneettivuontiheys  $B$  ainakin viidellä virran  $I$  arvolla käyttämällä ”keep” näppäintä(Ctrl+k) ja syöttämällä yleismittarin lukema ohjelman aukaisemaan kenttään.
5. Hyväksy mittaus painamalla Ctrl+L. Tallenna mittaustulos Logger Pro:n cml-tiedostona ja esim. tekstimuodossa. Käytä tallennukseen joko paikallista Mittausdata-kansiota tai Opiskelijat-verkkolevyä.

## 6 Tulosten käsittely

Kirjoita tulokset vastauslomakkeeseen. Liitä mahdolliset erilliselle paperille tekemäsi laskut, sekä kuvaajat vastauslomakkeeseen.

### 6.1 Solenoidin magneettikenttä

1. Laske anturitelteen ja solenoidin etureunan paikoista asteikolla anturin etäisyys solenoidin etureunasta. Voit olettaa anturin sijaitsevan aivan anturitelteen putken oikeassa reunassa eli etäisyydellä  $26,5 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$  anturitelteen reunasta. Määritä paikalle jokin vakiovirheraja. Piirrä mitattu magneettikenttä solenoidin keskiakselilla etäisyyden  $z$  funktiona, missä  $z$  on etäisyys solenoidin etureunasta.
2. Tulosta saamasi kuvaaja vastauslomakkeen liitteeksi.

### 6.2 Tyhjiön permeabiliteetti

1. Piirrä kuvaajaan magneettivuon tiheys  $B$  solenoidissa kulkevan sähkövirran  $I$  funktiona. Sovita kuvaajaan suora ja määritä suoran kulmakerroin. Määritä tyhjiön permeabiliteetin  $\mu_0$  arvo kulmakertoimesta.
2. Tulosta saamasi kuvaaja vastauslomakkeen liitteeksi.

## 7 Pohdittavaa

1. Laske vertailuksi arvot teoreettiselle magneettivuon tiheydelle solenoidin keskellä ( $z = -L/2$ ) sekä sen etureunassa ( $z = 0$ ). Vastaako mittaamasi magneettivuon tiheys näitä teorian perusteella laskettuja arvoja?
2. Millaisia virhelähteitä työssä esiintyy?
3. Vertaa kohdassa 6.2 määrittämääsi permeabiliteettiä tyhjiön permeabiliteetin kirjallisuusarvoon. Täsmääkö tulos? Miten se, että mittaukset tehdään ilmassa eikä tyhjiössä, vaikuttaa tulokseen?

## Lähteet

- [1] Halliday, Resnick, Walker, Fundamentals of Physics Extended, Extended 9<sup>th</sup> edition, International Student Version, Wiley & Sons, Inc., 2011.
- [2] D.C. Giancoli, Physics for Scientists & Engineers with Modern Physics 4<sup>th</sup> edition, International edition, Pearson Education, Inc, 2009.
- [3] Hugh Young, Roger Freedman, A. Lewis Ford: University Physics with Modern Physics. International Edition. 13. painos. Pearson Education, 2011.