

# ADIABATKONSTANTEN

## 1 Inledning

Med ett ämnes specifika värmekapacitet  $c$  avses den mängd värme per massenhet som krävs för att höja temperaturen för ämnet. För ämnen i fast eller flytande form beror den specifika värmekapaciteten inte nämnvärt på ifall upphettningen sker vid konstant volym eller konstant tryck. För gaser är det däremot viktigt att veta vilken värmekapacitet som avses, den specifika värmekapaciteten vid konstant volym  $c_V$  eller vid konstant tryck  $c_P$ . Ofta används också molara värmekapaciteter för gaser (vid konstant tryck  $C_P$  och vid konstant volym  $C_V$ ) som fås genom att multiplicera de specifika värmekapaciteterna  $c_V$  och  $c_P$  med gasens molmassa  $M$

$$C_V = M c_V, \quad (1)$$

$$C_P = M c_P. \quad (2)$$

Enligt termodynamiken är differensen mellan en idealgas molara värmekapaciter den allmänna gaskonstanten  $R$

$$C_P - C_V = R. \quad (3)$$

Förhållandet mellan de specifika värmekapaciteterna  $\gamma$

$$\frac{C_P}{C_V} = \frac{c_P}{c_V} = \gamma \quad (4)$$

är också konstant och kallas adiabatkonstanten.

Idealgasers adiabatkonstant kan enligt termodynamiken bestämmas genom att använda sig av gasmolekylernas frihetsgrader. Enatomiga gaser har tre frihetsgrader, molekylerna kan alltså röra sig i tre riktningar (translatorisk kinetisk energi). Tvåatomiga gaser kan utöver detta ha rotationsenergi i två riktningar vinkelrätt mot dess egen axel. I en tvåatomig gas kan även bindningen mellan atomerna oscillera vilket kan binda rörelse- och potentialenergi till oscillationsrörelsen. Detta oscillationstillstånd blir dock först betydande vid höga temperaturer, vid rumstemperatur kan därför tvåatomiga gaser antas ha fem frihetsgrader. [1]

Adiabatkonstanten kan m. h. a. frihetsgradernas antal  $f$  bestämmas ur ekvationen [2]

$$\gamma = 1 + \frac{2}{f}. \quad (5)$$

### 1.1 Rùchardts metod

Med Rùchardts metod i systemet i figure 1, fås en kolv att oscillera med hjälp av en gas som sammanpressas adiabatiskt. Fjäderkonstanten för den dämpat oscillerande gasfjädern bestäms m. h. a. svängningens period och längden på fjädern. Förhållandet mellan fjäderkonstanten och idealgasens adiabatiska kompression kan användas för att bestämma adiabatkonstanten.

Vi betraktar krafterna som verkar på kolven (massa  $m$ ): nedåt verkar tyngdkraften  $mg$  och uppåt den kraft som orsakas av trycket  $F = PA$ , där  $P$  är trycket i systemet och  $A$  är kolvens area. Enligt Newtonin II är

$$ma = PA - mg. \quad (6)$$

Då kolven är i jämvikt, fås trycket som motsvarar jämviktstillståndet  $P_o = mg/A$ . Låt det momentana trycket i cylindern vara  $P = P_o + \Delta P$ . Insättning av detta i ekvation (6) ger

$$ma = A \cdot \Delta P. \quad (7)$$

Vi kan välja att cylinderns volym vid jämvikt är  $V_o$  och kolven är då i positionen  $x = 0$ . Då är gasens momentana volym  $V = V_o + \Delta V$  eller  $V = V_o + Ax$ .

För en gas som komprimeras adiabatiskt gäller

$$PV^\gamma = \text{konstant}, \quad (8)$$

där  $V$  är systemets volym. Genom att differentiera ekvationen med avseende på båda variablerna fås

$$V^\gamma dP + \gamma PV^{\gamma-1} dV = 0. \quad (9)$$

Vi löser ut tryckets avvikelse från jämviktsvärdet  $dP$  och använder oss av att  $\Delta V = x \cdot A$  då förändringen i volym är liten. Detta ger att

$$dP = - \frac{\gamma P x A}{V}. \quad (10)$$

Genom insättning av detta i ekvation (7) fås för avvikelserna från jämviktsläget differentialekvationen

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = - \left( \frac{\gamma P A^2}{V} \right) x. \quad (11)$$

Ovanstående ekvation (11) har samma form som ekvationen för en harmonisk oscillator med "fjäderkonstanten"  $k$

$$k = \left( \frac{\gamma P A^2}{V} \right). \quad (12)$$

För perioden  $T$  gäller

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (13)$$

Perioden för oscillatorn kan bestämmas genom att substituera ekvation (12) i ekvation (13)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mV}{\gamma P A^2}} \quad (14)$$

och då ekvationen löses med avseende på volymen  $V$  fås

$$V = \left( \frac{\gamma P A^2 T^2}{4\pi^2 m} \right). \quad (15)$$

och kolvens avvikelse från jämviktsläget

$$x = \left( \frac{\gamma P A}{4\pi^2 m} \right) T^2. \quad (16)$$

Om jämviktsläget inte är känt, kan höjden mätas från en valbar (okänd) nollpunkt  $h_0$ , varvid  $x = h + h_0$  eller

$$h = \left( \frac{\gamma p A}{4\pi^2 m} \right) T^2 - h_0. \quad (17)$$

## 2 Målsättningar

Efter att ha utfört laboratoriearbetet

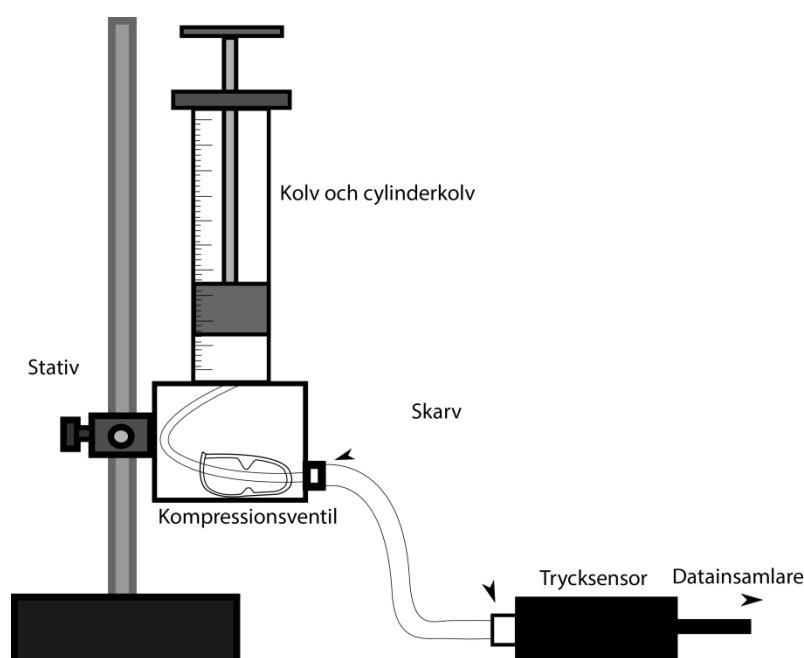
- kan studeranden förklara vad som avses med en adiabatisk process
- förstår studeranden varför olika gasers värden på adiabatkonstanten skiljer sig från varandra
- har studeranden övat på framställandet av mätresultaten grafiskt och anpassandet av en rak linje till mätdata

## 3 Apparatur

Ett system bestående av en kolv och en cylinder samt en trycksensor används vid mätningen och illustreras i figur 1. Trycksensorn är kopplad till datainsamlaren som i sin tur är ansluten till datorn. Med hjälp av datorn kan systemets tryck undersökas som funktion av tiden. Mätningarna utförs för två olika gaser: luft och helium. Assistenten hjälper till med att fylla apparaturen med helium.

Den utförda mätningen förutsätter att apparaturens friktion är mycket liten. Friktionen som motverkar kolvens rörelse i den använda apparaturen har minskats genom att tumma på kolvens täthet. Då mätningen utförs måste därför kolvens läckage tas i beaktan, vilket i praktiken betyder att höjden på kolven måste antecknas så snabbt som möjligt efter varje mätning. Dessutom skall den använda trycksensorns mätfrekvens vara hög.

Massan för kolven i apparaturen är  $35,28 \text{ g} \pm 0,03 \text{ g}$ .



**Figur 1.** Apparaturen som används för att bestämma adiabatkonstanten består av ett kolv-cylindersystem vars tryck mäts med en trycksensor.

## 4 Förhandsuppgifter

Bekanta dig med teorin som hör till arbetet i valfri fysiklärobok t.ex. [1,3,4], läs igenom arbetsinstruktionen och besvara frågorna nedan på svarsblanketten.

1. Hurudan är en adiabatisk process?
2. Hur beror en harmonisk oscillators period av amplituden?
3. Tillämpa ekvation (5) till att beräkna de teoretiska adiabatkonstanterna för helium och luft.
4. I arbetet mäts och ritas kolvens höjd  $h$  som funktion av kvadraten på perioden  $T^2$ , samt anpassas linjens ekvation ( $y = kx + b$ ). Vad är linjens riktningskoefficient  $k$  enligt ekvation (17)? Ge ekvationen för  $k$  och lös ur denna adiabatkonstanten  $\gamma$ .
5. Uppskatta felet för adiabatkonstanten  $\gamma$  med totaldifferentialen på ekvationen som du erhöll i föregående punkt. Av variablerna bör du beakta riktningskoefficienten  $k$ , kolvens massa  $m$ , kolvens diameter  $d$  samt trycket i systemet  $P$ . (Tips: I detta fall är det lättare att beräkna det relativa felet.)

## 5 Mätningar

Mätningen utförs genom att avvika kolven i kolv-cylinder-systemet från sitt jämviktsläge och låta kolven oscillera. Systemets tryck mäts medan det oscillerar och mätningen upprepas för olika höjder på kolven. Kolvens läckage under spänning bör tas i beaktan genom att anteckna kolvens höjd  $h$  direkt efter att mätningen utförts så att det faktiska jämviktsläget kan hittas.

För varje mätt oscillation bestäms oscillationens period  $T$ . Antalet svängningar under ett visst tidsintervall antecknas för detta ändamål.

### 5.1 Förberedelser för apparaturen

1. Koppla trycksensorn till kolv-cylindersystemets ena skarv (se figur 1).
2. Stäng den öppna skarven genom att trycka fast kompressionsventilen och kontrollera att kompressionsventilen som leder till trycksensorn är öppen.
3. Koppla trycksensorn till LabQuest Mini-datainsamlaren och anslut datainsamlaren till datorns USB-port.
4. Starta LoggerPro-filen "Adiabaaktivakion maaritys.cml" i Mittauspohjat-foldern på datorn skrivbord.

### 5.2 Mätning av luftens adiabatkonstant

1. Anteckna kolven massa och diameter samt deras feluppskattningar på svarsblanketten.
2. **Gör en hypotes och anteckna den på svarsblanketten:** Hur varierar systemets tryck då kolven sätts att oscillera? Gör en skiss på svarsblanketten över tryckets tidsberoende. Motivera ditt svar.
3. **Testa din hypotes:** Skriv ner dina observationer och skissera förändringen i trycket på svarsblanketten. Om din hypotes inte var korrekt, fundera på varför den var fel och skriv ner möjliga orsaker.
4. Ta loss slangen från trycksensorn och placera kolven på ungefär höjden 9 cm. Koppla ledningen tillbaka fast i trycksensorn.
5. Starta mätningen genom att klicka på "Collect"-ikonen som finns på den övre balken.

6. Tryck lätt nedåt på kolvens mitt (t.ex. en millimeter) och släpp sedan kolven. Då oscillationen upphört kan du avsluta mätningen.
7. Avläs och anteckna på vilken höjd  $h$  som kolven stannar på.
8. Spara mätserien (ctrl+L) om datat ser bra ut.
9. Upprepa punkterna 4–8 med olika höjder mellan 1 och 9 cm på kolven. För att kunna justera kolvens höjd måste du släpa ut luft ur cylindern genom en valfri skarv. Om du vill kan du flytta tidigare mätserier utom synhåll. Du kan också spara din LoggerPro-fil på i den lokala Mittausdata-foldern eller på nätskivan Opiskelijat
10. Mät och skriv upp systemets tryck med tillhörande fel vid jämviktsläge. Du kan använda någon av de tidigare mätning med tillräckligt många mätpunkter vid jämviktstillståndet för ändamålet.

### 5.2.1 Bestämmandet av perioden

1. Undersök det område i en mätseries graf som beskriver oscillationen för kolven. Måla området mellan den första toppen och den sista tydliga toppen. (Ta inte med oscillationens begynnelsepunkt, utan endast hela perioder).
2. Läs av tidskillnaden  $\Delta t$  mellan topparna från grafens undre kant och beräkna antalet oscillationer  $n$  i grafen under det ifrågavarande tidsintervallet. Skillnaderna mellan perioderna är mycket små, så perioderna måste avläsas med flera gällande siffrors noggrannhet. Skriv upp de erhållna värdena på svarsblanketten.
3. Upprepa punkterna 1–2 för resten av mätserierna.

## 5.3 Mätning av heliums adiabatkonstant

1. Fyll apparaturen med helium med assistentens hjälp.
2. Gör mätningarna och bestämmandet av perioden på samma sätt som vid föregående mätning.
3. Mät och skriv upp systemets tryck och tillhörande fel.

## 6 Behandling av resultaten

1. Rita höjden  $h$  som en funktion av perioden i kvadrat  $T^2$ . Enligt ekvation (17) skall mätpunkterna ligga på en rak linje. Anpassa raka linjer till mätpunkterna och bestäm vinkelkoefficienterna för dessa. Bestäm felmarginalen för vinkelkoefficienten för mätningarna med luft.
2. Skriv ut graferna som du ritat och bifoga dessa till svarsblanketten.
3. Bestäm adiabatkonstanten för de båda gaserna m. h.a. vinkelkoefficienterna och anteckna resultaten på svarsblanketten.
4. Gör dessutom en feluppskattning för luftens adiabatkonstant och motivera denna.

## 7 Tankeställare

1. Varför kan den i arbetet använda kolvens oscillation ses som en adiabatisk process?
2. Jämför värdena på adiabatkonstanten som du erhållit med de teoretiska värdena. Om dessa inte stämmer överens, fundera på varför.
3. Uppskatta vilka systematiska felkällor som finns i mätningen och som inte kunde tas i beaktan i den beräknade felmarginalen.

## Källor

- [1] D.C. Giancoli, Physics for Scientists & Engineers with Modern Physics 4<sup>th</sup> edition, International edition, Pearson Education, Inc, 2009.
- [2] Jouko Arponen ja Juha Honkonen, Statistinen fysiikka, 3. korj. painos, Limes ry, 2010.
- [3] Hugh Young, Roger Freedman, A. Lewis Ford: University Physics with Modern Physics. International Edition. 13. upplagan. Pearson Education, 2011.
- [4] Halliday, Resnick, Walker, Fundamentals of Physics Extended, Extended 9<sup>th</sup> edition, International Student Version, Wiley & Sons, Inc., 2011.