

# LÄMMÖNJOHTAVUUS

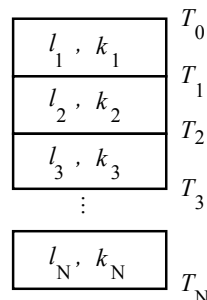
## 1 Johdanto

Kokeellisesti on havaittu, että lämpövirtaus ainekerroksen läpi on suoraan verrannollinen johtavan kerroksen pinta-alaan ja kerroksen eri puolilla vallitsevaan lämpötilaeroon. Lisäksi lämpövirtaus on kääntäen verrannollinen kerroksen paksuuteen

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = kA \frac{T_1 - T_2}{l}, \quad (1)$$

missä  $\Delta Q$  on kerroksen läpi siirtynyt lämpömäärä,  $A$  pinta-ala,  $T_1 - T_2$  lämpötilaero ja  $l$  paksuus. Verrannollisuuskerrointa  $k$  kutsutaan kyseisen aineen lämmönjohtavuudeksi. Sen yksikkö on  $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

Lämmönjohtavuutta mitataan yhdistämällä tutkittava materiaali johonkin lämmönlähteeseen jonka lämpötila voidaan pitää vakiona (esim. kiehuva vesi) ja mittaamalla materiaalin yli olevaa lämpötilaeroa sekä materiaalin läpi siirtynyttä lämpömäärää. Lämpömäärän mittaaminen tapahtuu saattamalla tutkittavan materiaalin toinen puoli kosketuksiin ns. vastaanottokappaleen kanssa. Kun vastaanottokappaleen materiaali valitaan siten, että siihen johtunut lämpömäärä voidaan poistaa, lämpötilaero tutkittavan kappaleen yli pysyy vakiona. Yksinkertainen ratkaisu on valita vastaanottokappaleeksi jääpala, sillä jään sulassa syntyvä vesi on helppo valuttaa pois, ja vastaanottokappaleen ja tutkittavan materiaalin rajapinnan lämpötila pysyy lähellä nollaa celsiusastetta. Sulaneen veden määrä aikayksikössä kerrottuna jään sulamislämmöllä antaa tällöin vastaanottokappaleeseen tulevan lämpövirran, ja lämmönjohtavuus voidaan ratkaista yhtälöstä (1).



**Kuva 1.** Kerrosrakenteen lämmönjohtavuuden laskeminen.

Usein systeemit, joiden lämmönjohtavuudesta ollaan kiinnostuneita, koostuvat useista eri ainetta olevista kerroksista (esim. rakennusten ikkunat ja seinät). Tällöin tehtäväksi tulee yhtälöstä (1) lähtien johtaa kerrosrakenteen kokonaislämmön-johtavuus  $k_{\text{tot}}$  kerrosmateriaalien lämmönjohtavuuksien  $k_i$  ( $i=1, \dots, N$ ) avulla (ks. kuva 1). Tutkitaan tasapainotilannetta, jossa kerrosrakenteen lämpötila pysyy vakiona (ts. lämpöenergiaa ei kulu materiaalien lämpötilojen  $T_i$  nostamiseen), ja rakenteen yli on nollassa poikkeava lämpötilaero (joka myös pysyy vakiona). Tällöin kerrokseen  $i$  tulevan ja siitä kerrokseen  $i+1$  poistuvan lämpömäärän tulee olla yhtä suuria, ja kerrokselle  $i$  voidaan kirjoittaa

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = k_i A \frac{T_i - T_{i-1}}{l_i}, \quad i = 1 \dots N, \quad (2)$$

missä lämpömäärä  $\Delta Q$  on sama kaikille kerroksille,  $l_i$  on kerroksen  $i$  paksuus, ja materiaalien kontaktipinta-ala  $A_i$  on oletettu yhtäsuuriksi. Lämpötilaero koko rakenteen yli on tällöin

$$\Delta T_{\text{tot}} = T_N - T_0 = \sum_{i=1}^N (T_i - T_{i-1}), \quad (3)$$

ja levyn kokonaispaksuus

$$l_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^N l_i. \quad (4)$$

Koko kerrosrakenteelle voidaan nyt kirjoittaa

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = k_{\text{tot}} \frac{A \Delta T_{\text{tot}}}{l_{\text{tot}}} \quad (5)$$

ja kun tähän sijoitetaan summat (3) ja (4) sekä ratkaistaan yhtälö (2) erotuksen  $T_i - T_{i-1}$  suhteen, saadaan lopulta kerrosrakenteen lämmönjohtavuudelle lauseke

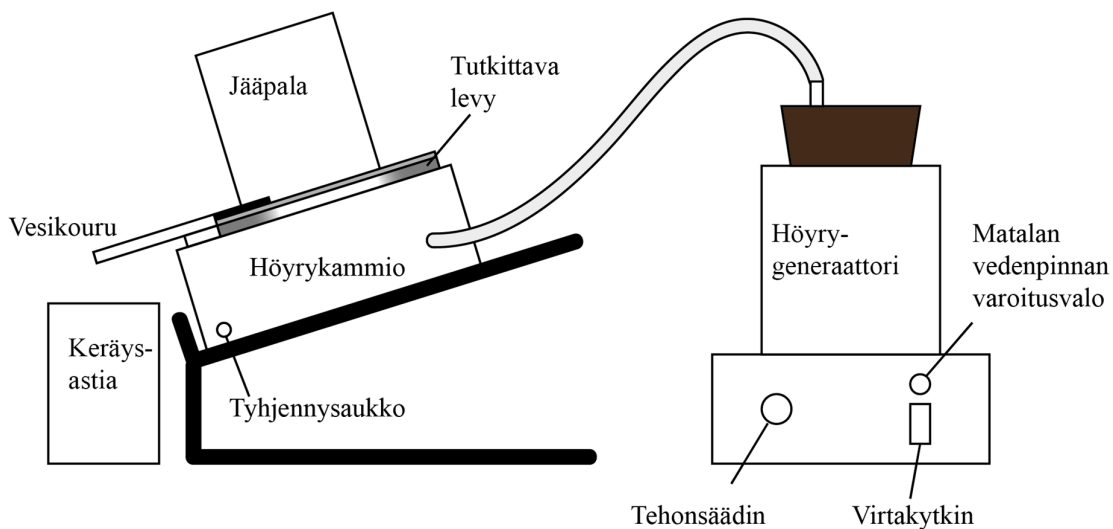
$$\frac{l_{\text{tot}}}{k_{\text{tot}}} = \sum_{i=1}^N \frac{l_i}{k_i}. \quad (6)$$

## 2 Tavoitteet

Laboratoriotyön tehtyään opiskelija

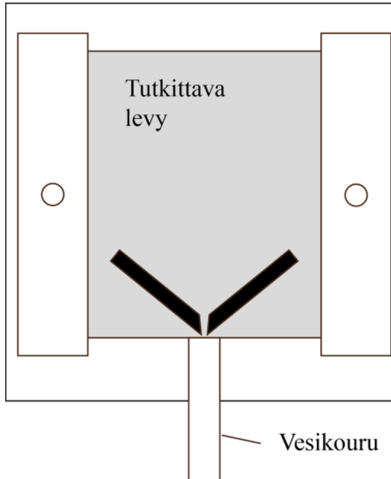
- ymmärtää, mitä materiaalin lämmönjohtavuudella tarkoitetaan
- osaa määrittää kerrosrakenteen lämmönjohtavuuden laskemalla yksittäisten kerrosten lämmönjohtavuuksista ja paksuuksista
- osaa määrittää virhearvion lopputulokseen ja vertailla eri virhelähteiden vaikutusta kokonaisvirheeseen

## 3 Laitteisto



**Kuva 2.** Lämmönjohtavuuden mittaamisessa käytetty koejärjestely.

Työssä käytetty koejärjestely on esitetty kuvassa 2. Lämmönlähteenä on höyrygeneraattori, jossa olevaa vettä kiehutetaan ilmanpaineessa. Syntyvä höyry johdetaan höyrykammioon, jonka avoin seinä tukitaan tutkittavasta materiaalista valmistetulla levyllä. Levyn päälle asetetaan vastaanottokappaleena toimiva jääpala, ja systeemiä on kallistettu siten, että syntyvä sulamisvesi voidaan valuttaa pois. Levyihin on liimattu kumiliuskat ohjaamaan sulamisvesi astiaan punnitusta varten.



**Kuva 3.** Tutkittavan levyn asento höyrykammion päällä.

Lisäksi tarvitaan:

- Ionivaihdin (Sininen sylinteri laboratorion seinällä)
- Mittakannu ja hukkaveden keräysastia
- Sileä lasilevy sekä kumiliuskoilla varustetut lasi- ja polykarbonaattilevyt
- Jääpalapurkki (pakastimessa)
- Mikrometriruuvi ja työntömitta (assistentilta)
- Sekuntikello (assistentilta)

## 4 Esitehtävät

Tutustu työhön liittyvään teoriaan haluamastasi fysiikan oppikirjasta esim. [1–3], lue työohje läpi ja vastaa alla oleviin kysymyksiin vastauslomakkeeseen.

1. Mihin perustuu lämmön johtuminen kiinteässä aineessa?
2. Miten jään sulamisnopeudesta voidaan saada selville levyn lämmönjohtavuus?
3. Mitkä asiat vaikuttavat kerrosrakenteen lämmönjohtavuuteen?
4. Tässä työssä määritetään lämmönjohtavuus  $k$  yhtälön (1) avulla. Määritä tätä hyödyntäen kokonaisdifferentiaalilla yhtälö lämmönjohtavuuden virhearviolle  $\Delta k$ , jossa huomioit muuttujista lämpömäärän  $\Delta Q$ , kuluneen ajan  $\Delta t$ , paksuuden  $l$  sekä pinta-alan  $A$ . (Vinkki: tässä tapauksessa suhteellinen virhe on helpompi laskea)

## 5 Mittaukset

Työssä mitataan lämmönjohtavuus lasi- ja polykarbonaattilevyille sekä lasi-polykarbonaatti-kerrosrakenteelle, ja kerrosrakenteelle saatua mittaustulosta verrataan yksittäisten levyjen mitattujen lämmönjohtavuuksien avulla laskettuun tulokseen.

Kaikki mittaustulokset ja kysymysten vastaukset kirjataan vastauslomakkeelle, joita saa assistentilta. On suositeltavaa käyttää lyijykynää. Vastauslomake palautetaan lopuksi assistentille.

**VAROITUS! Höyrygeneraattori ja siitä suihkuava höyry ovat kiehuvan kuumia!**

### 5.1 Alkuvalmistelut

1. Irrota jääpala purkista valelemalla purkkia lämpimällä vedellä sen verran, että jääpala pääsee liikkumaan purkissa. Jätä kuitenkin jääpala purkkiin. Älä yritä irrottaa jääpalaa kampeamalla tai vääntämällä!
2. Tarkista, että höyrygeneraattorissa on vettä noin  $\frac{3}{4}$  säiliön koko korkeudesta. Lisää ionivaihdettua vettä tarvittaessa astiaan. Kytke generaattoriin virta ja säädä teho maksimiin.

HUOM! Jos höyrygeneraattorin LOW WATER –valo syttyy kesken mittauksen, sammuta höyrygeneraattori, ota jää pois tutkittavan levyn päältä ja lisää vettä 3/4 –korkeuteen saakka. LOW WATER –valo sammuu ja kuumennus jatkuu, kun generaattorin ylikuumenemissuoja on jäähtynyt tarpeeksi lisätyn veden vaikutuksesta. Odota, kunnes höyryä tulee taas kunnolla, laita jää takaisin tutkittavan levyn päälle. Odota vähän aikaa jään tasoittumista ja aloita sitten mittaus alusta.

3. Kiinnitä letku höyrykammion ja höyrygeneraattorin välille. Suojaa poistoputken alla oleva pöydänpinta paperipyyhkeellä ja aseta poistoveden keräysastia poistoputken alle. Laita vesikourun alle sulamisveden keräysastia ja paperipyyhe.

### 5.2 Varsinaiset mittaukset

4. Tutkittavat levyt ovat kaksi lasilevyä ja yksi polykarbonaattilevy (Lexan). Mittaa levyjen paksuudet useasta kohtaa mikrometriruuvilla. Muista, että mikrometriruuvia käytettäessä se tulee kiristää hyvin varovasti ns. ”kitkajarrua” käyttäen. Lasilevy saattaa muuten haljeta.
5. Laita se lasilevyistä, jossa on kumiliuskat, paikalleen ja kiristä ruuveja sen veran, ettei höyrykammion tiivisteiden ja lasilevyn välinen kontakti vuoda. (Lasilevystä aloitetaan, jotta jääpalan pinnan epätasaisuudet sulaisivat nopeasti pois.) Tarkista, että lasilevy on aivan kiinni vesikourussa, jotta sulava vesi ei menisi vesikourun ohi (Katso kuva 3).
6. Odota, kunnes höyrygeneraattori tuottaa höyryä tasaisesti. Tällöin höyrykammion poistoputkesta valuu vettä ja suihkuu höyryä n. 10–20 cm etäisyydelle. (Tätä voi kokeilla varovasti kädellä, jos höyryä on vaikea nähdä. Älä kuitenkaan polta kättäsi!)
7. Mittaa jääpalan halkaisija.
8. Laita jääpala purkkeineen levyn päälle siten, että purkin reunat ovat tutkittavaa levyä vasten ja että purkin suulla oleva kolo osoittaa vesikourun suuntaan.
9. Odota hetki, kunnes jää sulaa tasaisesti. (Ensimmäisen levyn tapauksessa odota, kunnes jääpalan alapinnan epätasaisuudet ovat sulaneet pois, ennen mittauksen aloittamista.) Tyhjennä mittauksen aluksi sulamisveden keräysastia.

10. Mittaa sekuntikellolla aika, jona sulanutta vettä on kerääntynyt n. 30 ml. Levykonfiguraatiosta vaihdellen tähän menee 1,5–13 min. Ota mittauksen jälkeen jääpala pois levyn päältä, jotta se ei sula turhaan. Mittaa jääpalan levyä vasten olleen pinnan halkaisija mittauksen lopuksi. Punnitse kerätty vesimäärä digitaalivaa’alla. (Pohdi, miksi käytetään vaakaa, eikä keräysastian asteikko!)
11. Katkaise generaattorista virta ja odota, kunnes tyhjennysaukosta ei tule enää höyryä. Irrota letku generaattorista ja odota, kunnes levy on jäähtynyt sen verran, että sen voi ruuvata irti sormia polttamatta.
12. Laita seuraava levy paikalleen ja vasta sitten generaattorin letku paikalleen ja virta päälle. Toista mittaukset kohtien 7.-11. mukaan polykarbonaatille ja kerrosrakenteelle, joka koostuu sileästä lasilevystä ja polykarbonaattilevystä.
13. Sammuta virta höyrygeneraattorista ja irrota pistoke pistorasiasta. Täytä jääkuppi ionivaihdetulla vedellä ja palauta se pakastimeen. Siivoa roiskevedet pöydältä.

## 6 Tulosten käsittely ja raportointi

1. Määritä lasilevyn lämmönjohtavuus käyttäen yhtälöä (1). Määritä myös lasilevyn lämmönjohtavuudelle virhearvio, jossa huomioit eri virhelähteiden vaikutuksen. HUOM! Tässä työssä käytetty lasi on erikoislasiä, jotta se kestäisi mittausjärjestelyn lämpötilaerot. Käytetyn lasin lämmönjohtavuus on siksi selvästi tavallista lasia suurempi.
2. Määritä polykarbonaattilevyn lämmönjohtavuus.
3. **Tee hypoteesi ja kirjaa se vastauslomakkeeseen:** Minkä suuruinen on työssä käytetyn kerrosrakenteen (polykarbonaattilevy + lasilevy) lämmönjohtavuus suhteessa lasilevyn sekä polykarbonaattilevyn lämmönjohtavuuteen (pienempi / yhtä suuri / suurempi)? Perustele vastauksesi fysiikan avulla.
4. **Testaa tekemäsi hypoteesiä:** Määritä polykarbonaatti-lasi-kerrosrakenteelle lämmönjohtavuus mittausten perusteella. Laske myös kohdissa 1. ja 2. määrittämiesi lasi- ja polykarbonaattilevyjen lämmönjohtavuuksien avulla yhtälöstä (6) kerrosrakenteen lämmönjohtavuus ja vertaa sitä mitattuun arvoon. Jos hypoteesisi ei pätenyt, pohdi miksi.

## 7 Pohdittavaa

1. Vastaavatko kerrosrakenteelle kahdella eri tavalla määritetyt lämmönjohtavuudet toisiaan?
2. Mikä mittausjärjestelyssä huomioituista virhelähteistä aiheuttaa suurimman virheen? Esitä tältä pohjalta jokin parannusehdotus mittausjärjestelyyn.
3. Vertaa tuloksiasi kirjallisuusarvoihin. Käytetyn erikoislasin lämmönjohtavuus on  $0,72 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$  –  $0,86 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$  [4] ja polykarbonaattilevyn  $0,19 \text{ W}/(\text{K}\cdot\text{m})$  [5]. Saadut lämmönjohtavuudet ovat tyypillisesti kirjallisuusarvoja suurempia. Pohdi, jätettiinkö virhetarkastelussa huomiotta muita systemaattisen virheen lähteitä? Mitä?
4. Miten lasi- ja polykarbonaattilevyjen väliin jäänyt ohut ilmarako vaikuttaa kerrosrakenteen lämmönjohtavuuteen?

## Lähteet

- [1] D.C. Giancoli, Physics for Scientists & Engineers with Modern Physics 4<sup>th</sup> edition, International edition, Pearson Education, Inc, 2009.
- [2] Hugh Young, Roger Freedman, A. Lewis Ford: University Physics with Modern Physics. International Edition. 13. painos. Pearson Education, 2011.
- [3] Halliday, Resnick, Walker, Fundamentals of Physics Extended, Extended 9<sup>th</sup> edition, International Student Version, Wiley & Sons, Inc., 2011.
- [4] Handbook of Chemistry and Physics, 56<sup>th</sup> edition, The Chemical Rubber Company
- [5] Thermal conductivity apparatus, Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific Model TD-8561, [http://www.pasco.com/file\\_downloads/product\\_manuals/Thermal-Conductivity-Apparatus-Manual-TD-8561.pdf](http://www.pasco.com/file_downloads/product_manuals/Thermal-Conductivity-Apparatus-Manual-TD-8561.pdf), (28.8.2012).