

PERMITTIVITET

1 Inledning

Betrakta en skivkondensator som består av två parallella metallskivor. Då laddning förs från den ena till den andra skivan får skivorna laddningarna $+Q$ och $-Q$ och en potentialskillnad ΔV uppstår mellan skivorna. Kondensatorns kapacitans C definieras som

$$C = \frac{Q}{\Delta V}. \quad (1)$$

Elfältet mellan skivorna är homogent med styrkan

$$E = \frac{\Delta V}{d}, \quad (2)$$

där d är avståndet mellan skivorna. Om skivornas ytladdningsdensitet är σ och permittiviteten i mediet mellan skivorna är ϵ_0 är elfältet mellan skivorna enligt Gauss lag $E = \sigma/\epsilon_0$. Ekvation (2) blir då

$$\Delta V = Ed = \frac{\sigma d}{\epsilon_0}. \quad (3)$$

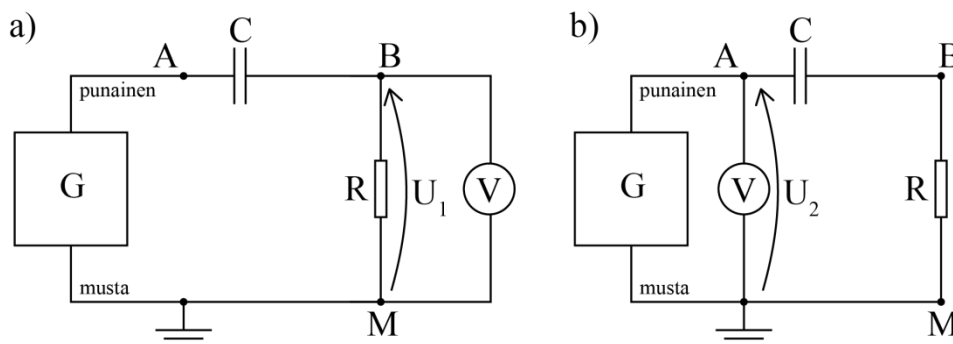
Ifall metallskivornas area är A , är skivornas totala laddning $Q = \sigma A$. Kondensatorns kapacitans fås nu som

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma A}{\sigma d/\epsilon_0} = \frac{\epsilon_0 A}{d}. \quad (4)$$

Värdet på kapacitansen bestämd ur ekvation (4) är inte helt exakt eftersom elfältet mellan skivorna i ekvation (2) antas vara homogent. Detta stämmer inte vid skivornas kanter där elfältets fältlinjer kröker sig. Inom ramen för detta arbete behöver dock elfältets krökning inte beaktas.

1.1 Mätning av permittiviteten i vakuum med en skivkondensator

Vid mätning av permittiviteten i laboratoriet används kopplingen illustrerad i figur (1). Signalgeneratoren G oscillerar med frekvensen f och dess polspänning är U_2 . Denna spänning är kopplad, via motståndet R , mellan kondensatorn C 's poler.



Figur 1. Kopplingarna som används i arbetet: a) Mätning av spänningen över motståndet och b) mätning av källspänningen. Som Spänningsmätare i figuren används i detta arbete ett oscilloskop.

Den sinusformade spänningen över kondensatorn $U_C = U_0 \sin(2\pi ft)$ ger upphov till en växelström

$$i_C = C \frac{dU_C}{dt} = 2\pi f C U_0 \cos(2\pi ft). \quad (5)$$

Genom att använda effektivvärden får ekvation (5) följande form

$$I_C = 2\pi f C U_C. \quad (6)$$

Spänningen U_C över kondensatorn skulle i princip kunna mätas genom att koppla en spänningsmätare (i detta arbete ett oscilloskop) till kondensatorns poler. Spänningsmätaren har dock en inre kapacitans som då skulle kopplas parallellt med den undersökta kapacitansen och mätresultatet skulle motsvara spänningen över de två parallellt kopplade kondensatorerna. Både strömmen I_C och spänningen U_C mäts därför indirekt. Spänningen U_1 över motståndet R mäts genom att koppla spänningsmätaren mellan motståndets ändor som i figur 1a. Ifall spänningsmätarens inre resistans är stor i förhållande till resistansen R är strömmen I_C

$$I_C = \frac{U_1}{R}. \quad (7)$$

Utgångsspänningen U_2 som generatoren ger mäts genom att koppla spänningsmätaren mellan generatorns poler, som i figur 1b. Eftersom fasskillnaden mellan U_C och U_1 är $\pi/2$ (ekvationer (5)-(7)), fås spänningen över kondensatorn från ekvationen

$$U_C = \sqrt{U_2^2 - U_1^2}. \quad (8)$$

Kapacitansen kan nu bestämmas ur ekvationerna (6)-(8):

$$C = \frac{1}{2\pi f R} \cdot \frac{U_1}{\sqrt{U_2^2 - U_1^2}}. \quad (9)$$

Fastän mätningen av spänningen över kondensatorn utfördes indirekt är kapacitansen bestämd ur ekvation (9) inte kondensatorns kapacitans, utan denna innehåller även mätledningarnas strökapacitans. För att separera strökapacitansen förorsakad av mätledningarna, mäts kapacitansen som funktion av luftspringan mellan skivorna. Kondensatorns kapacitans förändras då, medan strökapacitansen hålls konstant. Genom att tillämpa ekvation (4) fås alltså då

$$C = C_{\text{strö}} + A\epsilon_0 \frac{1}{d}. \quad (10)$$

Eftersom $U_1 \ll U_2$, är $\sqrt{U_2^2 - U_1^2} \approx U_2$ och ur ekvationerna (9) och (10) fås

$$U_1 = 2\pi f R U_2 \left(A\epsilon_0 \frac{1}{d} + C_{\text{strö}} \right) \quad (11)$$

Genom att rita den uppmätta spänningen U_1 som funktion av det inversen på luftspringans bredd fås en rak linje. Permittiviteten ϵ_0 kan bestämmas från linjens riktningskoefficient och strökapacitansen $C_{\text{strö}}$ från skärningspunkt med y -axeln. Då luften mellan kondensatorns skivor endast är 0,5 % större än permittiviteten i vakuum, kan mätningen med relativt hög exakthet betraktas som en mätning över permittiviteten i vakuum.

1.2 Mätning av den relativa permittiviteten

Ifall det mellan punktladdningar finns ett isolerande medium försvagas elfältet mellan laddningarna på p.g.a. mediets polarisering. I de flesta medier är elfältet orsakat av polariseringen likriktat med elfältet orsakat av punktladdningarna och polarisationsfältet är dessutom direkt proportionellt mot det yttre elfältet. För mediet kan då en dimensionslös relativ permittivitet ε_r definieras m. h. a. permittiviteten i vakuum:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}, \quad (12)$$

där materialkonstanten ε (mediets permittivitet) är karakteristiskt för varje ämne. Coloumbs lag kan tillämpas för att beräkna kraften mellan laddningar i ett medium ifall permittiviteten i vakuum ε_0 ersätts av mediets permittivitet ε .

Genom att placera det mätta ämnet mellan en skivkondensators skivor, kan även relativa permittiviteter bestämmas. I praktiken kommer endast fasta ämnen i fråga av vilka stora jämntjocka skivor kan tillverkas. Provsyvian bör vara större än kondensatorns skivor.

Låt den undersökta skivans tjocklek vara d och dess permittivitet $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$. Låt avståndet mellan kondensatorns skivor vara d_0 , kapacitansen är då

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d_0}. \quad (13)$$

Då den undersökta skivan placeras parallellt mellan kondensatorskivorna ($d < d_0$) går samma elektriska flöde genom både den undersökta skivan och luftspringorna. Kondensatorns kapacitans är nu

$$C = \frac{A}{\frac{d_0-d}{\varepsilon_0} + \frac{d}{\varepsilon}} = \frac{\varepsilon_0 A}{d_0 - d + \frac{d}{\varepsilon_r}}. \quad (14)$$

Genom att bestämma kapacitanserna C_0 och C ur ekvation (9) i föregående stycke kan den relativa permittiviteten beräknas ur formlerna (13) och (14):

$$\varepsilon_r = \frac{d/d_0}{\frac{C_0 + d}{C} - 1}. \quad (15)$$

Eftersom värdet på ε_r är ungefär ett, är denna mätmetod inte speciellt exakt om inte $d_0 - d \ll d$, d.v.s. $d \approx d_0$ varvid den undersökta skivan alltså är fastklämd mellan kondensatorskivorna. Den relativa permittiviteten är då

$$\varepsilon_r = \frac{C}{C_0}. \quad (16)$$

I detta arbete beräknas C_0 och C från de uppmätta spänningarna med eller utan plastskivan med hjälp av ekvation (9). Då mätledningarnas strökapacitans beaktas får formeln för den relativa permittiviteten följande utseende

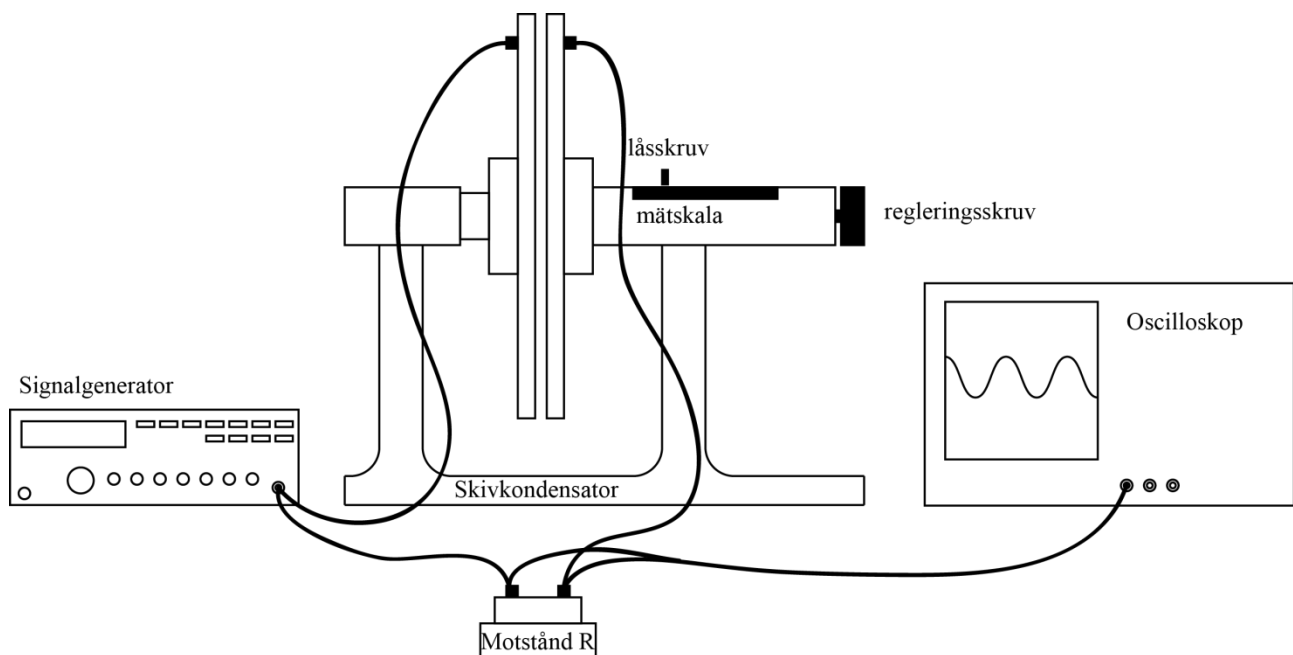
$$\varepsilon_r = \frac{C - C_{strö}}{C_0 - C_{strö}}. \quad (17)$$

2 Målsättningar

Efter att ha utfört laboriearbetet

- har studeranden övat på att använda ett oscilloskop
- kan studeranden förklara hur mediet mellan skivorna samt skivornas area påverkar skivkondensatorns kapacitans
- har studeranden experimentellt bestämt plastskivans relativa permittivitet
- kan studeranden presentera mätresultaten m. h. a. en graf och anpassa en rak linje till mätdata

2 Apparatur



Figur 2. Apparaturen som används i laboriearbetet.

Laboriearbetets kopplingsschema är illustrerat i figur 1 och apparaturen som används i arbetet i figur 2. Skivkondensatorns kapacitans mäts genom att koppla kondensatorn i serie med motståndet och mäta spänningsfallet över motståndet då signalgeneratoren matar in en sinusformad växelspanning i kretsen. Spänningen mäts med ett oscilloskop.

För att utföra mätningen behövs:

- skivkondensator (skivornas diameter $256 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$)
- motstånd, $R = 3,9 \text{ k}\Omega \pm 0,1 \text{ k}\Omega$
- plastskiva
- signalgenerator
- oscilloskop

4 Förhandsuppgifter

Bekanta dig med teorin som hör till arbetet i valfri fysiklärobok t. ex. [1–3], läs igenom arbetsinstruktionen och besvara frågorna nedan på svarsblanketten.

1. Vad beskriver den för mediet karakteristiska relativa permittiviteten?
2. I arbetet undersöks permittiviteten i vakuum med en skivkondensator mellan vars skivor finns luft. Hur stort fel i resultatet orsakar luften?
3. Skivkondensatorns kapacitans är omvänt proportionell mot avstånden d mellan skivorna och direkt proportionell mot spänning U_1 i figur 1. Hur lönar det sig att välja mätpunkterna d , så att anpassningen av en rak linje i $(1/d, U_1)$ -koordinatsystemet blir så enkelt som möjligt?
4. I arbetet mäts och ritas spänningen U_1 över motståndet som funktion av kondensatorskivornas avstånd $1/d$. Till detta anpassas linjens ekvation ($y = kx + b$). Vad är riktningskoefficienten k för denna linje enligt ekvation (11)? Ange ekvationen för k och lös ut ur ekvationen permittiviteten i vakuum ϵ_0 .
5. Bestäm med hjälp av totaldifferentialen en feluppskattning för permittiviteten i vakuum ϵ_0 från ekvationen du erhöll i föregående punkt. Av variablerna bör du beakta riktningskoefficienten k , frekvensen f , resistansen R , kondensatorskivornas area A , samt spänningen U_2 . (TIPS: I det här fallet är det lättare att beräkna det relativa felet.)

5 Mätningar

Alla mätresultat och svaren på förhandsuppgifterna antecknas på svarsblanketten. Användning av blyertspenna rekommenderas. Svarsblanketten returneras slutligen åt assistenten. Be assistenten kontrollera kopplingen innan du kopplar ström till apparaturen.

OBS! Flytta inte på ledningarna under mätningarna eftersom detta förändrar ledningarnas kapacitans.

5.1 Bestämning av permittiviteten i vakuum ϵ_0

1. Koppla apparaterna enligt figur 1b.
2. Ställ in signalgeneratoren så att den producerar sinusvågor och ställ frekvensen på 10 kHz. Ställ in amplituden på maximum.
3. Avläs signalgenerators utgångsspänning U_2 från oscilloskopets skärm. Anteckna värdet på svarsblanketten.
4. Ändra kopplingen till att motsvara den i figur 1a.
5. Mät spänningsfallet U_1 över motståndet vid tio olika avstånd d mellan skivorna. Enligt ekvation (4) är kondensatorns kapacitans omvänt proportionellt mot avstånden mellan skivorna. Ta detta i beaktan och välj ungefär 10 mätpunkter inom intervallet 3 – 70 mm. Avståndet mellan skivorna i kondensatorn ställs in genom att öppna låsskruven bredvid mätskalan och låta den inställbara skivan glida framåt eller bakåt. Finjustering av skivans position sker genom att späna låsskruven och sedan justera den stora regleringsskruven i ändan på skalan. Anteckna resultaten i tabellen på svarsblanketten.
6. **Gör en hypotes:** Hur ändras U_1 ifall du a) rör i bägge kondensatorskivor med samma hand eller b) rör i endast den ena kondensatorskivan? Motivera ditt svar fysikaliskt.
7. **Testa din hypotes:** Skriv upp dina observationer på svarsblanketten! Fundera på möjliga orsaker ifall dina observationer avviker från hypotesen.

5.2 Plastskivans relativa permittivitet

1. Placera plastskivan mellan kondensatorskivorna och skruva fast skivorna i plastskivan. Anteckna på svarsblanketten plastskivans tjocklek d från kondensatorns skala och spänningen U_1 .
2. Ta bort plastskivan mellan kondensatorskivorna och placera skivorna på samma avstånd d som i punkt 1. Anteckna spänningen U_1 på svarsblanketten.
3. Kontrollera resultaten med assistenten innan du tar isär kopplingen. Koppla sedan bort strömmen från apparaturen och ta isär kopplingen. Dra ut stöpslarna ur eluttagen.

6 Behandling av resultaten

Anteckna resultaten på svarsblanketten. Bifoga grafer samt eventuella uträkningar gjorda på skilda papper till svarsblanketten.

6.1 Permittiviteten i vakuum

1. Beräkna avståndens inverser $1/d$ i tabellen på svarsblanketten.
2. Rita spänningen U_1 som funktion av inversen på avståndets $1/d$. Enligt ekvation (11) skall punkterna bilda en linje. Anpassa en rak linje till punkterna och bestäm linjens riktningskoefficient samt dess fel. Bestäm även linjens skärningspunkt med y -axeln.
3. Skriv ut grafen du ritat och bifogade utskriften till din svarsblankett.
4. Använd dig av resultaten i föregående punkt och bestäm permittiviteten i vakuum ϵ_0 och dess feluppskattning, samt strökapacitansen $C_{\text{strö}}$.

6.2 Relativa permittiviteten för plast

1. Beräkna plastskivans relativa permittivitet genom att använda ekvationer (9) och (17).

7 Tankeställare

1. Jämför dina beräknade resultat för plastskivans relativa permittivitet och permittiviteten i vakuum med värden i litteraturen. Plastskivan är gjorda av polyvinylklorid (PVC). Stämmer värdena överens?
2. Vilka systematiska felkällor förekommer i arbetet? Hur skulle du förbättra mätnoggrannheten?

Källor

- [1] D.C. Giancoli, Physics for Scientists & Engineers with Modern Physics 4th edition, International edition, Pearson Education, Inc, 2009.
- [2] Hugh Young, Roger Freedman, A. Lewis Ford: University Physics with Modern Physics. International Edition. 13. upplagan. Pearson Education, 2011.
- [3] Halliday, Resnick, Walker, Fundamentals of Physics Extended, Extended 9th edition, International Student Version, Wiley & Sons, Inc., 2011.