PUOLIJOHTEEN SÄHKÖNJOHTAVUUS

1 Johdanto

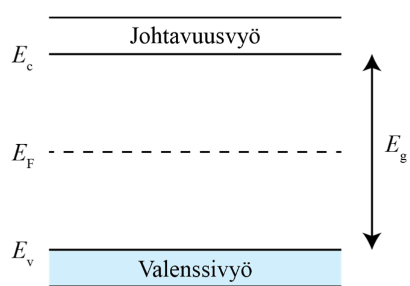
Kiinteissä aineissa aineen elektronit ovat järjestyneet niin kutsutuille energiavöille. Hyvissä sähkönjohteissa ylin elektroneita sisältävä energiavyö on vain osittain täynnä, jolloin elektronien on ulkoisen potentiaalin voimin helppo nousta vyön ylemmille vapaana oleville energiatasoille. Eristeissä sen sijaan ylin energiavyö, niin kutsuttu valenssivyö, on täynnä. Seuraava vyö, johtavuusvyö, on taas tyhjä. Johtaakseen sähköä eristeen elektronien on saatava tarpeeksi energiaa, ylittääkseen valenssivyön ja johtavuusvyön välissä olevan energia-aukon E_g, jonka leveys on eristeestä riippuen 5−10 eV. Huoneenlämpötilassa elektronien keskimääräinen kineettinen energia on paljon tätä pienempi, joten vain hyvin harva elektroni pystyy nousemaan johtavuusvyölle. Puolijohteet asettuvat sähkönjohtokyvyltään eristeiden ja johteiden väliin. Niiden energia-aukko on kuitenkin sen verran pieni (tyypillisesti ~1 eV), että atomien lämpöliikkeestä saatavan energian turvin elektronit voivat virittyä valenssivyöltä johtavuusvyölle. Mitä korkeampi lämpötila, sitä enemmän elektroneja virittyy johtavuusvyölle ja sitä paremmin puolijohde johtaa sähköä. Tyypillisiä puolijohteita ovat pii, germanium ja yhdistepuolijohteet, kuten GaAs.

Todellisuudessa puolijohteet sisältävät myös epäpuhtauksia, jotka muuttavat niiden johtavuutta. Puolijohteiden johtavuuden käytös lämpötilan funktiona voidaankin jakaa karkeasti kolmeen eri alueeseen. Matalissa lämpötiloissa johtavuus aiheutuu lähinnä epäpuhtauksista irtoavista elektroneista. Tätä korkeammissa lämpötiloissa johtavuus lämpötilan funktiona saturoituu siinä vaiheessa, kun kaikki puolijohteessa olevat epäpuhtaudet ovat ionisoituneet. Kun lämpötilaa nostetaan tarpeeksi korkealle, saavutetaan kolmas johtavuusalue nk. itseisjohtavuus, joka vastaa puhtaan puolijohteen käyttäytymistä. Johtavuusvyölle nousseet elektronit jättävät valenssivyölle jälkeensä tyhjän paikan, niin kutsutun aukon. Valenssivyöllä oleva elektroni voi täyttää tämän, jättäen jälkeensä toisen aukon, jolloin aukko liikkuu. Täten sekä elektronit, että aukot voivat kuljettaa varausta puolijohteessa.

Elektronien tilojen miehitystodennäköisyyden kertoo elektronien jakaumafunktio, nk. Fermi-Dirac-jakauma

$$f(E) = \frac{1}{1+e^{(E-E_\mathrm{F})/k_\mathrm{B}T}}\,, \tag{1}$$

missä E on elektronien energia, E_F Fermi-energia, k_B Bolzmannin vakio ja T lämpötila. Matalissa lämpötiloissa tämä muistuttaa porrasfunktiota niin, että energioilla $E < E_\mathrm{F}$ tilojen miehitystodennäköisyys on ~1 ja energioilla $E > E_\mathrm{F}$ miehitystodennäköisyys on 0.



Kuva 1. *Puhtaan puolijohteen Fermi-energia E_F sijaitsee puolijohteen energia-aukon E_g puolivälissä.*

Yleensä puhtaissa puolijohteissa Fermi-energia E_F sijaitsee kielletyn energiavälin puolivälin tienoilla, kuten kuvassa 1. Tällöin yleensä $E_\mathrm{c} - E_\mathrm{F} \gg k_\mathrm{B}T$ ja $E_\mathrm{F} - E_\mathrm{v} \gg k_\mathrm{B}T$, missä E_c ja E_v ovat johtavuusvyön minimin ja valenssivyön maksimin energiat ja elektronien jakaumafunktio voidaan redusoida Maxwell-Boltzmann-jakaumaksi muotoon

$$f_\mathrm{e}(E) = e^{-(E-E_\mathrm{F})/k_\mathrm{B}T}. \tag{2}$$

Vastaavasti aukoille saadaan

$$f_\mathrm{h}(E) = e^{-(E_\mathrm{F}-\mathrm{E})/k_\mathrm{B}T}. \tag{3}$$

Miehitystodennäköisyyden lisäksi elektronien jakaumaan vaikuttaa myös mahdollisten tilojen tiheys *g(E)*. Voidaan osoittaa [1], että tilatiheys on muotoa

$$g(E) = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3}\sqrt{E}, \tag{4}$$

missä *m* on elektronin massa ja *h* Planckin vakio. Kun otetaan huomioon johtavuusvyön tilatiheys $g_\mathrm{c}(E)$, saadaan integroimalla johtavuusvyön elektronitiheys

$$n = \int_{E_\mathrm{c}}^{\infty} g_\mathrm{c}(E) f_\mathrm{e}(E) dE = \int_{E_\mathrm{c}}^{\infty} \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3}\sqrt{E} e^{-(E-E_\mathrm{F})/k_\mathrm{B}T} dE = N_\mathrm{c} e^{-(E_\mathrm{c}-E_\mathrm{F})/k_\mathrm{B}T}, \tag{5}$$

missä N_c on johtavuusvyön efektiivinen tilatiheys

$$N_\mathrm{c} = 2\left(\frac{2\pi m_\mathrm{e} k_B T}{h^2}\right)^{3/2}. \tag{6}$$

Kun korvataan yhtälössä (4) elektronin massa aukon massalla, saadaan vastaavasti integroiden valenssivyön tilatiheyden $g_\mathrm{v}(E)$ avulla aukkotiheys

$$p = \int_{-\infty}^{E_\mathrm{c}} g_\mathrm{v}(E) f_\mathrm{h}(E) dE = N_\mathrm{v} e^{-(E_\mathrm{F}-E_\mathrm{v})/k_\mathrm{B}T}, \tag{7}$$

missä N_v on vastaavasti valenssivyön efektiivinen tilatiheys

$$N_\mathrm{v} = 2\left(\frac{2\pi m_h k_\mathrm{B} T}{h^2}\right)^{3/2}. \tag{8}$$

Jos nyt yhtälöt (4) ja (6) kerrotaan keskenään, supistuu toistaiseksi tuntematon Fermi-energia E_F pois ja saadaan

$$np = N_\mathrm{c} N_\mathrm{v} e^{-E_\mathrm{g}/k_\mathrm{B}T} = n_\mathrm{i}^2. \tag{9}$$

Puhtaassa puolijohteessa valenssivyön aukot aiheutuvat johtavuusvyölle siirtyneistä elektroneista, joten *n=p*. Seostamattoman puolijohteen varauksenkuljettajatiheys n_i on siis

$$n = p = n_\mathrm{i} = \sqrt{N_\mathrm{c} N_\mathrm{v}} e^{-E_\mathrm{g}/2k_\mathrm{B}T}. \tag{10}$$

Varauksenkuljettajatiheyttä on kuitenkin vaikea mitata suoraan. Sen sijaan puolijohteen johtavuus on helposti mitattavissa. Johtavuudella ja varauksenkuljettajatiheydellä on kuitenkin yksinkertainen yhteys

$$\sigma = q\mu_e n + q\mu_h p = q(\mu_e + \mu_h)n_i, \tag{11}$$

missä μ_e ja μ_h ovat liikkuvuudet elektroneille ja aukoille ja q varauksenkuljettajan varaus, joka tässä tapauksessa on elektronin varaus e. Kun yhdistetään yhtälöt (10) ja (11) ja kerätään kaikki eksponenttitermin edessä olevat vakiot yhteen, saadaan puolijohteen johtavuuden lauseke yksinkertaisen eksponenttifunktion muotoon

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_\mathrm{g}}{2k_\mathrm{B}T}\right). \tag{12}$$

Yhtälön (12) perusteella siis puolijohteen energia-aukon suuruus voidaan määrittää mittaamalla puolijohteen johtavuutta lämpötilan funktiona. Tarkastelemalla yhtälöitä (5)–(8) voidaan huomata, että σ_0 riippuu kuitenkin lämpötilasta riippuvuuden $T^{3/2}$ mukaisesti [1]. Eksponenttitermiin verrattuna tämä riippuvuus on kuitenkin merkityksetön ja voidaan jättää tämän työn puitteissa huomioimatta.

Tässä työssä mitataan jännitettä U germaniumkiteen yli lämpötilan T funktiona virran I pysyessä vakiona. Tulosten perusteella voidaan määrittää germaniumin johtavuus, kun tiedetään germaniumkiteen poikkipinta-ala A ja pituus l

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{l}{A}\frac{I}{U}. \tag{13}$$

Graafisen sovituksen helpottamiseksi yhtälö (12) voidaan esittää myös suoran muodossa ottamalla siitä puolittain luonnollinen logaritmi

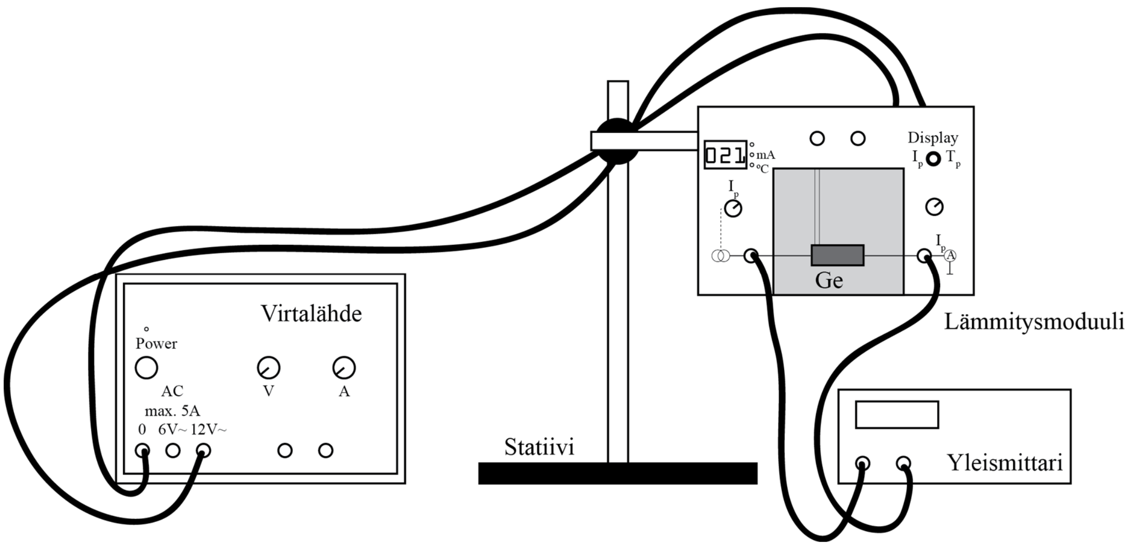
$$\ln\sigma = \ln\sigma_0 - \frac{E_\mathrm{g}}{2k_\mathrm{B}T}. \tag{14}$$

2 Tavoitteet

Työn tehtyään opiskelija

- osaa selittää, miten puhtaan puolijohteen johtavuus riippuu lämpötilasta
- osaa selittää, mitä puolijohteen energia-aukolla tarkoitetaan
- osaa esittää mittaustulokset kuvaajan avulla ja sovittaa suoran pisteistöön

3 Laitteisto



Kuva 2. *Työssä käytettävä mittauslaitteisto.*

Tarvittavat välineet:
- *Lämmitysmoduuli statiivissa*
- *Germaniumkide piirilevyssä*
- *Jännitemittari*
- *Virtalähde*

Työssä tarvittava välineistö on esitetty kuvassa 2. Tutkittava germaniumkide on kiinnitetty piirilevyyn, joka sisältää lämmitysvastuksen. Piirilevy on kiinni lämmitysmoduulissa, joka saa virtansa ulkoisesta vaihtovirtalähteestä. Lämmitysmoduulin avulla voidaan säätää ja havainnoida paitsi germaniumkiteen lämpötilaa T_p, myös sen läpi kulkevaa virtaa I_p. Vaikka lämmitysmoduuli toimiikin vaihtovirralla, on sen tuottama germaniumkiteen läpi kulkeva virta tasavirtaa. Lämmitysmoduulin näytössä näkyvää suuretta voidaan vaihtaa Display-kytkimellä. Virta germaniumkiteen yli pysyy mittauksen aikana lähes vakiona, mutta jännite muuttuu. Yleismittarilla mitataan jännitettä kiteen yli.

Piiri kuumenee voimakkaasti mittauksen aikana, mistä syystä lämmitysmoduuli on kiinnitetty statiiviin. Ole varovainen, äläkä koske kuumeneviin osiin mitatessasi!

4 Esitehtävät

Tutustu työhön liittyvään teoriaan haluamastasi fysiikan oppikirjasta esim. [2–4], lue työohje läpi ja vastaa alla oleviin kysymyksiin vastauslomakkeeseen.

1. Miten puolijohteet poikkeavat eristeistä ja metalleista?
2. Miten puolijohteen varauksenkuljettajatiheys vaikuttaa sen johtavuuteen?
3. Miten luonnollisen logaritmin ottaminen yhtälöstä (12) helpottaa työn graafista sovitusta?
4. Työssä mitataan ja piirretään johtavuuden luonnollista logaritmia $\ln \sigma$ lämpötilan käänteisarvon *1/T* funktiona sekä sovitetaan tähän suora ($y = kx + b$). Mikä on yhtälön (14) mukaan tämän suoran kulmakerroin k? Anna yhtälö k:lle ja ratkaise siitä germaniumin energia-aukon leveys E_g.

5. Määritä kokonaisdifferentiaalilla virhearvio germaniumin energia-aukon leveydelle E_g edellisessä kohdassa saamastasi yhtälöstä. Ota muuttujista huomioon kulmakerroin k.

5 Mittaukset

Kaikki mittaustulokset ja kysymysten vastaukset kirjataan vastauslomakkeelle. On suositeltavaa käyttää lyijykynää. Vastauslomake palautetaan lopuksi assistentille.

Germanium-piiri kuumenee mittauksen aikana hyvin kuumaksi. Älä koske piiriin, äläkä polta itseäsi!

1. Kytke lämmitysmoduulin takana olevat sisääntulot vaihtovirtalähteen 12V~ ulostuloihin.
2. Kytke yleismittari mittaamaan jännitettä germaniumkiteen yli, kuten kuvassa 1. Mitattava jännite on tasajännitettä.
3. Kytke virta virtalähteeseen. Lämmitysmoduulin näytön pitäisi kytkeytyä päälle. Tarkista, että Display-kytkin on asennossa ”I_p” ja säädä germaniumkiteen läpi kulkevaksi virraksi 6 mA.
4. Aseta Display-kytkin asentoon ”T_p” näyttämään germaniumkiteen lämpötilaa.
5. **Tee hypoteesi ja kirjaa se vastauslomakkeeseen:** Miten germaniumkiteen ylitse mitattu jännite käyttäytyy lämpötilan kasvaessa (pienenee / pysyy samana / kasvaa)? Perustele vastauksesi fysiikan avulla.
6. Säädä yleismittarin mittausalue sopivaksi ja mittaa jännitettä germaniumpalan yli lämpötilan funktiona 5 ºC välein huoneenlämpötilasta lämpötilaan 140 ºC saakka. Virta kytketään lämmitysvastukseen lämmitysmoduulin takana olevasta on/off-katkaisijasta. Germaniumkiteen lämpötila nousee varsinkin aluksi nopeasti, joten on suositeltavaa lämmittää kidettä lyhyillä sykäyksillä ja katkaista virta on/off-katkaisijasta aina sykäysten välillä.
7. **Testaa tekemääsi hypoteesiä:** Kirjoita tekemäsi havainnot vastauslomakkeelle. Jos hypoteesisi ei pätenyt, pohdi miksi.
8. Kun mittaukset ovat valmiit, katkaise virrat laitteista ja irrota pistokkeet pistorasioista.

6 Tulosten käsittely

Kirjoita tulokset vastauslomakkeeseen. Liitä mahdolliset erilliselle paperille tekemäsi laskut, sekä kuvaajat vastauslomakkeeseen.

1. Laske jännitteen ja virran avulla germaniumin johtavuus kaikissa lämpötiloissa, kun tiedetään, että germaniumkiteen mitat ovat 1 mm × 10 mm × 20 mm. Virta kulkee pisimmän sivun suuntaisesti.
2. Piirrä ln σ lämpötilan käänteisarvon $1/T$ funktiona virheineen. Muista käyttää Kelvineitä! Yhtälön (14) mukaan pisteiden tulisi osua suoralle.
3. Sovita pisteistöön suora ja määritä sille kulmakerroin virhearvioineen. Määritä kulmakertoimen avulla germaniumin energia-aukon leveys E_g ja sen virhearvio.
4. Tulosta piirtämäsi kuvaaja vastauslomakkeen liitteeksi.

7 Pohdittavaa

1. Minkälaisia virhelähteitä työssä esiintyy?
2. Tarkastellaan teoriaan tehtyjä approksimaatioita
   a. Päteekö $E_\mathrm{c} - E_\mathrm{F} \gg k_\mathrm{B}T$ ja $E_\mathrm{F} - E_\mathrm{v} \gg k_\mathrm{B}T$, kun oletetaan, että Fermi-energia sijaitsee energia-aukon puolivälissä ?
   b. Yhtälön (12) etutekijän lämpötilariippuvuus muotoa $T^{3/2}$ jätettiin huomioimatta. Kommentoi tehdyn approksimaation vaikutusta lopputulokseen.
3. Vertaa tulostasi germaniumin energia-aukon kirjallisuusarvoon.

Lähteet

[1] J. Sinkkonen, Puolijohdeteknologian perusteet, Reports in electron physics / Teknillinen korkeakoulu, Otaniemi 1996/11.
[2] D.C. Giancoli, Physics for Scientists & Engineers with Modern Physics 4th edition, International edition, Pearson Education, Inc, 2009.
[3] Hugh Young, Roger Freedman, A. Lewis Ford: University Physics with Modern Physics. International Edition. 13. painos. Pearson Education, 2011.
[4] Halliday, Resnick, Walker, Fundamentals of Physics Extended, Extended 9th edition, International Student Version, Wiley & Sons, Inc., 2011.