HALVLEDARES ELEKTRISKA KONDUKTIVITET

1 Inledning

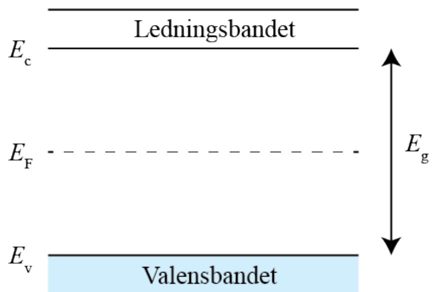
I fasta ämnen ockuperar ämnens elektroner s.k. energiband. För goda elektriska ledare är det översta ockuperade energibandet endast delvis fyllt vilket gör att elektronerna genom en yttre potential kan exciteras till högre energinivåer inom energibandet. För isolerande material är det högsta energibandet, som kallas valensband, fullt. Den följande energibandet, som kallas ledningsband, är tomt. För att en isolator skall kunna leda ström måste elektronerna i valensbandet få tillräckligt med energi för att exciteras över bandgapet E_g mellan valensbandet och ledningsbandet. Beroende på isolatorn är bandgapets bredd 5–10 eV. Vid rumstemperatur är elektronernas kinetiska energi i medeltal mycket lägre än detta, endast få elektroner kan således exciteras till ledningsbandet. Halvledare ligger mellan isolatorer och ledare vad gäller den elektriska ledningsförmågan. Deras bandgap är dock tillräckligt smalt (typiskt ~1 eV) för att elektroner skall kunna, tack vare den energi som atomernas värmerörelse överför, exciteras till ledningsbandet. Ju högre temperatur, desto flera elektroner kan exciteras till ledningsbandet och desto bättre leder halvledaren ström. Typiska halvledare är kisel, germanium och föreningshalvledare som t.ex. GaAs.

I verkligheten innehåller halvledarna orenheter som förändrar deras ledningsförmåga. Halvledares elektriska ledningsförmåga som funktion av temperaturen kan grovt indelas i tre delar. Vid låga temperaturer beror ledningsförmågan främst på elektroner som lossnar från orenhetsatomerna. Då temperaturen höjs saturerar ledningsförmågan då alla orenheter i halvledaren har joniserats. Genom att ytterligare höja temperaturen nås den tredje fasen, den s.k. intrinsiska fasen, som motsvarar beteendet av en halvledare utan orenheter. Elektronerna som exciterats från valensbandet till ledningsbandet lämnar efter sig lediga platser, s.k. hål, i valensbandet. Elektronerna i valensbandet kan fylla dessa håll så att de i sin tur lämnar efter sig hål, och på så sätt kan hålen röra på sig. Således kan både elektroner och hål fungera som laddningsbärare i halvledare.

Sannolikheten att elektrontillstånd är bemannade fås från elektronernas fördelningsfunktion, den s.k. Fermi-Dirac-fördelningen

$$f(E) = \frac{1}{1+e^{(E-E_\mathrm{F})/k_\mathrm{B}T}}\,, \tag{1}$$

där E är elektronernas energi, E_F Fermi-energin, k_B Bolzmanns konstant och T temperaturen. Vid låga temperaturer liknar funktionen en stegfunktion så att vid energier $E < E_\mathrm{F}$ är sannoliketen att tillstånden är bemannade ~1 och vid energier $> E_\mathrm{F}$ är sannolikheten 0.



Figur 1. *Fermi-energin E_F för en halvledare utan orenheter befinner sig i mitten av bandgapet E_g.*

För en halvledare utan orenheter befinner sig Fermi-energin E_F oftast ungefär i mitten av det förbjudna bandet enligt figur 1. Då är oftast $E_\mathrm{c} - E_\mathrm{F} \gg k_\mathrm{B}T$ och $E_\mathrm{F} - E_\mathrm{v} \gg k_\mathrm{B}T$. E_c och E_v är energierna för ledningsbandets minimum och valensbandets maximum. Elektronernas fördelningsfunktion kan då reduceras till en Maxwell-Boltzmann-fördelning:

$$f_\mathrm{e}(E) = e^{-(E-E_\mathrm{F})/k_\mathrm{B}T}. \tag{2}$$

På motsvarande sätt fås för hålen

$$f_\mathrm{h}(E) = e^{-(E_\mathrm{F}-\mathrm{E})/k_\mathrm{B}T}. \tag{3}$$

Förutom sannolikheten för att tillstånden är bemannade beror elektronernas fördelning även på densiteten av de möjliga tillstånden *g(E).* Det går att visa [1] att tillståndsdensiteten är av formen

$$g(E) = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3}\sqrt{E}, \tag{4}$$

där m är elektronernas massa och h Plancks konstant. När även ledningsbandets tillståndsdensitet $g_\mathrm{c}(E)$ tas i beaktande kan elektrondensiteten för ledningsbandet beräknas genom integralen

$$n = \int_{E_\mathrm{c}}^{\infty} g_\mathrm{c}(E) f_\mathrm{e}(E)dE = \int_{E_\mathrm{c}}^{\infty} \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3}\sqrt{E}e^{-(E-E_\mathrm{F})/k_\mathrm{B}T}dE = N_\mathrm{c}e^{-(E_\mathrm{c}-E_\mathrm{F})/k_\mathrm{B}T}, \tag{5}$$

där N_c är ledningsbandets effektiva tillståndsdensitet

$$N_\mathrm{c} = 2\left(\frac{2\pi m_\mathrm{e} k_B T}{h^2}\right)^{3/2}. \tag{6}$$

Då elektronens massa ersätts med hålets massa i ekvation (4) fås valensbandets tillståndsdensitet $g_\mathrm{v}(E)$ på samma sätt ur integralen

$$p = \int_{-\infty}^{E_\mathrm{c}} g_\mathrm{v}(E) f_\mathrm{h}(E)dE = N_\mathrm{v}e^{-(E_\mathrm{F}-E_\mathrm{v})/k_\mathrm{B}T}, \tag{7}$$

där N_v på motsvarande sätt är valensbandets effektiva tillståndsdensitet

$$N_\mathrm{v} = 2\left(\frac{2\pi m_h k_\mathrm{B} T}{h^2}\right)^{3/2}. \tag{8}$$

Ifall ekvationerna (4) och (6) multipliceras med varandra försvinner den okända Fermienergin E_F och vi får

$$np = N_\mathrm{c}N_\mathrm{v}e^{-E_\mathrm{g}/k_\mathrm{B}T} = n_\mathrm{i}^2. \tag{9}$$

I en halvledare utan orenheter beror hålen i valensbandet på elektroner från bandet som exciterats till ledningsbandet, så *n=p.* I en intrinsisk halvledare är laddningsbärardensiteten n_i alltså

$$n = p = n_\mathrm{i} = \sqrt{N_\mathrm{c}N_\mathrm{v}}e^{-E_\mathrm{g}/2k_\mathrm{B}T}. \tag{10}$$

Det är dock utmanande att direkt mäta laddningsbärardensiteten. Halvledarens ledningsförmåga går däremot lätt att mäta. För den elektriska ledningsförmågan och laddningsbärardensiteten gäller dock att

$$\sigma = q\mu_e n + q\mu_h p = q(\mu_e + \mu_h)n_i, \tag{11}$$

där μ_e och μ_h är mobiliteten för elektronerna respektive hålen och q är laddningen för laddningsbärarna, som i detta fall svarar mot elektronens laddning e. Då ekvationer (10) och (11) kombineras och alla konstanterna före exponenten betecknas med en konstant fås en enkel exponentialfunktion som beskriver halvledarens ledningsförmåga

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_\mathrm{g}}{2k_\mathrm{B}T}\right). \tag{12}$$

På basis av ekvation (12) kan halvledares bandgap bestämmas genom att mäta halvledarens ledningsförmåga som funktion av temperaturen. Då ekvationer (5) – (8) betraktas märker vi dock att σ_0 beror på temperaturen enligt $T^{3/2}$ [1]. Jämnfört med exponenten är denna term dock betydelselös och kan lämnas obeaktad i detta arbete

I detta arbete mäts spänningen U över en germaniumkristall som funktion av temperaturen T då strömmen I hålls konstant. Från resultaten kan germaniums elektriska ledningsförmåga bestämmas då germaniumkristallens tvärsnittsyta A och längd l är känd

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{l}{A}\frac{I}{U}. \tag{13}$$

Genom att ta den naturliga logaritmen av ekvation (12) kan ekvationen beskrivas med ekvationen för en rak linje vilket underlättar anpassandet;

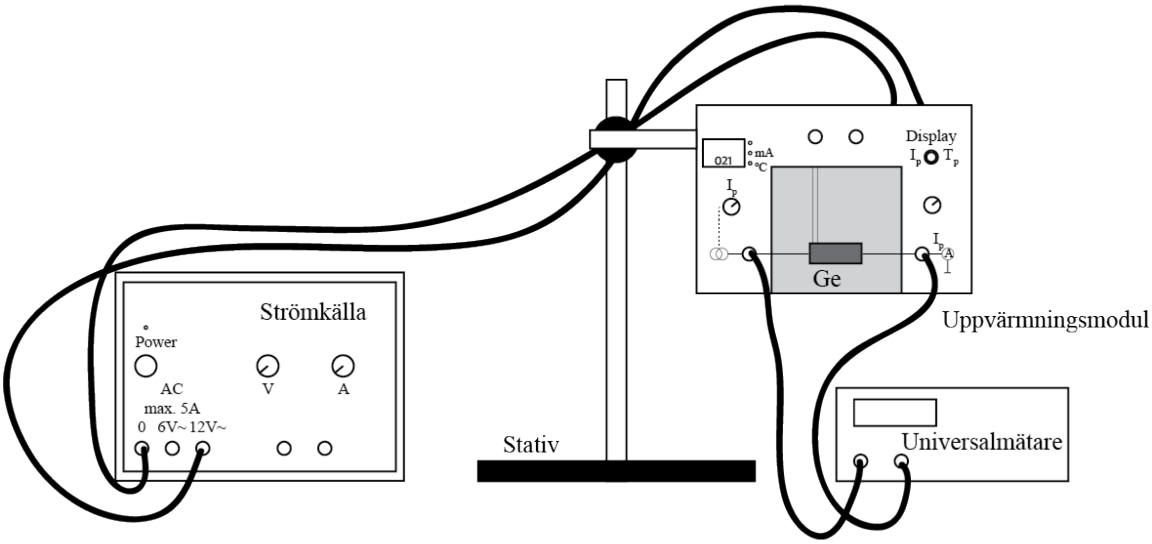
$$\ln\sigma = \ln\sigma_0 - \frac{E_\mathrm{g}}{2k_\mathrm{B}T}. \tag{14}$$

2 Målsättningar

Efter att ha utfört arbetet

- kan studerande förklara hur ledningsförmågan för en halvledare utan orenheter beror på temperaturen
- kan studerande förklara vad som menas med en halvledares bandgap
- kan studerande presentera mätresultaten i en graf och anpassa en rak linje till data

3 Apparatur



Figur 2. *Apparaturen som används i arbetet.*

Instrument som behövs:
- *Uppvärmningsmodul fäst i ett stativ*
- *Germaniumkristall i ett kretskort*
- *Spänningsmätare*
- *Strömkälla*

Instrumenten som behövs för att utföra arbetet är illustrerade i figur 2. Den undersökta germaniumkristallen sitter fast i kretskortet som innehåller ett uppvärmningsmotstånd. Kretskortet är fäst i en uppvärmningsmodul som får sin ström från en yttre strömkälla. Uppvärmningsmodulen möjliggör både att germaniumkristallens temperatur T_p samt att strömmen I_p som går genom kristallen kan observeras och justeras. Fastän modulen fungerar med växelström är strömmen som går genom germaniumkristallen likström. Storheten som visas på uppvärmningsmodulens display kan ändras från Display-växeln. Strömmen över germaniumkristallen hålls så gott som konstant under mätningen men spänningen ändrar. Spänningen över kristallen mäts med en universalmätare.

Kretsen blir mycket het under mätningens gång, varför uppvärmningsmodulen är fäst i stativet. Var försiktig och rör inte i de delar som värms upp under mätningen!

4 Förhandsuppgifter

Bekanta dig med teorin som hör till arbetet i valfri fysiklärobok, t.ex. [2-4], läs igenom arbetsinstruktionen och besvara frågorna nedan på svarsblanketten

1. Hur skiljer sig halvledare från isolatorer och metaller?
2. Hur inverkar laddningsbärardensiteten på halvledarens ledningsförmåga?
3. Hur underlättas den grafiska anpassningen genom att ta den naturliga logaritmen av ekvation (12)?
4. I arbetet bestäms och ritas den elektriska konduktiviteten ln σ som funktion av temperaturens inverterade värde *1/T.* Till de mätta punkterna anpassas en linje ($y = kx + b$). Vad är denna linjes riktningskoefficient enligt ekvation (14)? Skriv en ekvation för k och härled från denna ekvation ett uttryck för germaniums bandgap E_g.

5. Bestäm utgående från ekvationen bestämd i den förra punkten felet för germaniums bandgap E_g med hjälp av totaldifferentialen. Av variablerna bör du beakta vinkelkoefficienten k.

5 Mätningar

Alla mätresultat och svaren på förhandsuppgifterna antecknas på svarsblanketten. Användning av blyertspenna rekommenderas. Svarsblanketten returneras slutligen åt assistenten.

Germanium-kretsen blir under mätningens gång mycket het. Rör inte kretsen, bränn dig inte!

1. Koppla uttaget på uppvärmningsmodulens baksida till växelströmskretsens 12V:s uttag.
2. Koppla universalmätaren så att den mäter spänningen över germaniumkristallen enligt figur 1. Den uppmätta spänningen är likspänning.
3. Koppla ström till strömkällan. Uppvärmningsmodulens display borde kopplas på. Kontrollera att Display-brytaren är i position ”I_p” och justera strömmen över germaniumkristallen till 6 mA.
4. Ställ Diplay-brytaren i position ”Tp” så att germaniumkristallens temperatur visas.
5. **Gör en hypotes och skriv upp denna på svarsblanketten**: Hur beter sig spänningen över germaniumkristallen då temperaturen stiger (större/konstant/mindre)? Motivera ditt svar fysikaliskt.
6. Välj ett passande mätområde för universalmätarens och mät spänningen över germaniumkristallen som funktion av temperaturen från rumstemperatur till 140 ºC med steg på 5 ºC. Strömmen till värmemotståndet kopplas på och av från on/off-brytaren bakom uppvärmningsmodulen. Germaniumkristallens temperatur stiger speciellt i början snabbt, det rekommenderas därför att snabbt värma upp gittret en kort stund för at sedan stänga av strömmen från on/off-strömbrytaren mellan uppvärmningarna.
7. **Testa hypotesen:** Skriv upp dina observationer på svarsblanketten. Fundera på möjliga orsaker ifall dina observationer avviker från hypotesen
8. Stäng av strömmen och koppla lös stöpslarna ur eluttagen då mätningarna är utförda.

6 Behandling av resultaten

Anteckna resultaten på svarsblanketten. Bifoga grafer samt eventuella uträkningar gjorda på skilda papper till svarsblanketten.

1. Beräkna germaniums elektriska ledningsförmåga utgående från strömmen och spänningen då germaniumkristallens mått är 1 mm × 10 mm × 20 mm. Strömmen går parallellt med den längsta sidan.
2. Rita $\ln \sigma$ som funktion av temperaturens invers *1/T* inklusive fel. Kom ihåg att använda dig av Kelvinskalan. Enligt ekvation (14) borde punkterna ligga på en rak linje.
3. Anpassa en rak linje till punkterna och bestäm linjens riktningskoefficient med tillhörande fel. Bestäm germaniums bandgap E_g med tillhörande fel utgående från riktningskoefficienten.
4. Skriv ut den uppritade grafen och bifoga denna till arbetets svarsblankett.

7 Tankeställare

1. Hurdana felkällor förekommer i arbetet?
2. Betrakta approximationerna som gjorts i teorin
    a. Gäller $E_\mathrm{c} - E_\mathrm{F} \gg k_\mathrm{B}T$ och $E_\mathrm{F} - E_\mathrm{v} \gg k_\mathrm{B}T$, då det antas att Fermienergin befinner sig i mitten av bandgapet?
    b. Termen framför exponenten i ekvation (12) som beror på temperaturen enligt $T^{3/2}$ lämnades obeaktad. Kommentera approximationernas inverkan på slutresultatet.
3. Jämför ditt resultat för germaniums bandgap med värden i litteraturen.

Källor

[1] J. Sinkkonen, Puolijohdeteknologian perusteet, Reports in electron physics / Teknillinen korkeakoulu, Otaniemi 1996/11.
[2] D.C. Giancoli, Physics for Scientists & Engineers with Modern Physics 4th edition, International edition, Pearson Education, Inc, 2009.
[3] Hugh Young, Roger Freedman, A. Lewis Ford: University Physics with Modern Physics. International Edition. 13. painos. Pearson Education, 2011.
[4] Halliday, Resnick, Walker, Fundamentals of Physics Extended, Extended 9th edition, International Student Version, Wiley & Sons, Inc., 2011.